

#### 4A Contrôle de géométrie

I. Soit STOP un losange : les diagonales de STOP se coupent en M.  $SO = 12$  dm et  $TP = 20$  dm.

- Calculer une valeur approchée au millimètre près des côtés du losange.
- Calculer une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle STO. en déduire une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle TOP, de l'angle OPS et de l'angle PST. On indiquera clairement les théorèmes utilisés.

II. Soit LIT un triangle tel que  $LI = 72$  mm,  $IT = 54$  mm et  $LT = 90$  mm. Montrez que LIT est un triangle rectangle.

III. Soit C un cercle de centre O et de rayon 5 cm et [AB] un diamètre de ce cercle.

Par A on trace (T) la tangente au cercle C. Faire la figure aux vraies grandeurs

- Quelle est la distance du point O à la droite (T) ? Pourquoi ?
- Soit D un point tel que  $AD = 3$  cm et  $BD = 7$  cm Montrez que D est un point intérieur au cercle C.
- Soit E un point tel que  $AE = EB = 10$  cm.  
Montrez que (OE) est la médiatrice de [AB]. Calculez la distance de E à la droite (AB).

#### 4A Contrôle de géométrie

I. Soit STOP un losange : les diagonales de STOP se coupent en M.  $SO = 12$  dm et  $TP = 20$  dm.

- Calculer une valeur approchée au millimètre près des côtés du losange.
- Calculer une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle STO. en déduire une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle TOP, de l'angle OPS et de l'angle PST. On indiquera clairement les théorèmes utilisés.

II. Soit LIT un triangle tel que  $LI = 72$  mm,  $IT = 54$  mm et  $LT = 90$  mm. Montrez que LIT est un triangle rectangle.

III. Soit C un cercle de centre O et de rayon 5 cm et [AB] un diamètre de ce cercle.

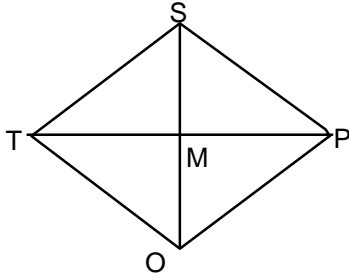
Par A on trace (T) la tangente au cercle C. Faire la figure aux vraies grandeurs

- Quelle est la distance du point O à la droite (T) ? Pourquoi ?
- Soit D un point tel que  $AD = 3$  cm et  $BD = 7$  cm Montrez que D est un point intérieur au cercle C.
- Soit E un point tel que  $AE = EB = 10$  cm.  
Montrez que (OE) est la médiatrice de [AB]. Calculez la distance de E à la droite (AB).

#### 4A Contrôle de géométrie : Correction

I. Soit STOP un losange : les diagonales de STOP se coupent en M. SO = 12 dm et TP = 20 dm.

- a) Calculer une valeur approchée au millimètre près des côtés du losange.
- b) Calculer une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle STO. en déduire une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle TOP, de l'angle OPS et de l'angle PST. On indiquera clairement les théorèmes utilisés.



Dans un losange les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu donc STM est un triangle rectangle et SM = 6 dm TM = 10 dm. Appliquons le théorème de Pythagore au triangle SMT rectangle en M

$$ST^2 = SM^2 + MT^2 \text{ donc } ST^2 = 6^2 + 10^2$$

$$ST^2 = 36 + 100 = 136$$

$$ST = \sqrt{136} \approx 11,661 \text{ dm} \approx 11,66 \text{ dm valeur approchée au millimètre près}$$

Dans un losange les quatre côtés sont de même mesure donc  $ST=TO=OP=SP \approx 11,66 \text{ dm}$

2) Calcul de l'angle STM dans le triangle STM rectangle en M

$$\cos(\widehat{STM}) = \frac{\text{Côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \text{ donc } \cos(\widehat{STM}) = \frac{TM}{ST}$$

$$\cos(\widehat{STM}) = \frac{10}{11,66} \text{ donc } \widehat{STM} \approx 31^\circ \text{ valeur arrondie au degré près}$$

Dans un losange les diagonales sont des axes de symétrie donc [TM] est la bissectrice de l'angle STO.

Donc  $\widehat{STO} \approx 31 \times 2 \approx 62^\circ$  valeur approchée au degré près.

Dans un losange, deux angles consécutifs sont supplémentaires donc  $\widehat{STO} + \widehat{TOP} = 180^\circ$

Donc  $\widehat{TOP} = 180^\circ - \widehat{STO} \approx 180 - 62 \approx 118^\circ$

Dans un losange, les angles opposés sont de même mesure donc

$$\boxed{\widehat{TSP} = \widehat{TOP} \approx 118^\circ \text{ et } \widehat{STO} = \widehat{OPS} \approx 62^\circ}$$

II. Soit LIT un triangle tel que LI = 72 mm, IT = 54 mm et LT = 90 mm. Montrez que LIT est un triangle rectangle.

Dans le triangle LIT :

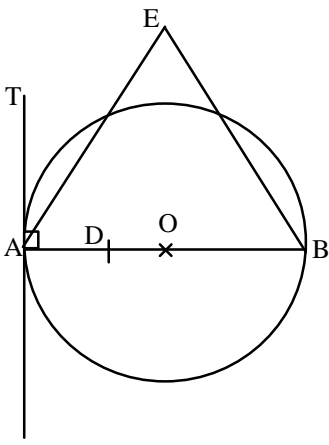
$$\left. \begin{array}{l} LT^2 = 90^2 = 8100 \\ LI^2 + IT^2 = 72^2 + 54^2 = 5184 + 2916 = 8100 \end{array} \right\} \text{Donc } LT^2 = LI^2 + IT^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle LIT est rectangle en T

III. Soit C un cercle de centre O et de rayon 5 cm et [AB] un diamètre de ce cercle. Par A on trace (T) la tangente au cercle C. Faire la figure aux vraies grandeurs 1) Quelle est la distance du point O à la droite (T) ? Pourquoi ?

2) Soit D un point tel que AD = 3 cm et BD = 7 cm Montrez que D est un point intérieur au cercle C.

3) Soit E un point tel que AE = EB = 10 cm. Montrez que (OE) est la médiatrice de [AB]. Calculez la distance de E à la droite (AB).



1) La distance de O à la droite T est la distance entre O et le projeté orthogonal de O sur T. Or T est tangente au cercle de centre O en A donc (OA) et T sont perpendiculaires et le projeté orthogonal de O sur T est A. Donc la distance de O à T est égale à OA donc fait 5 cm

2) Remarque  $AD + BD = 3 + 7 = 10$  cm et  $AD = 10$  cm donc  $D \in [AD]$  et D est donc à l'intérieur du cercle car il est sur un diamètre.

O est le milieu de [AB] donc O appartient à la médiatrice de [AB]

$AE = EB = 10$  cm donc E appartient à la médiatrice de [AB]

Par deux points du plan passe une et une seule droite donc (OE) est la médiatrice de [AB]

### ***Contrôle de géométrie 4F premier groupe***

Soit C un cercle de centre O et de rayon 5 cm, [EF] un diamètre de ce cercle

(figure 1 point)

On considère un point G tel que  $EG = 6$  cm et  $FG = 8$  cm.

1) Montrez que EFG est un triangle rectangle. (3 points)

2) Calculer la mesure de l'angle EFG. (2 points)

3) Soit H le symétrique de E par rapport à G et K le symétrique de F par rapport à G.

Quelle est la nature du quadrilatère FEKH ? Pourquoi ? (2 points)

Calculer la valeur des angles de ce quadrilatère en indiquant les théorèmes employés ? (4points)

4) Soit A un point tel que  $EA = 3$  cm et  $AH = 9$  cm.

Que peut-on dire du point A ? Pourquoi ? (2 points)

En déduire que (OA) est la médiatrice de [EG]. (2 points)

Calculer la distance de O à la droite (EH) (2 points)

5) Montrez que pour tout point M du plan  $EG < KM + MH$  (2 points)

### ***Contrôle de géométrie 4F deuxième groupe***

Soit [AB] un segment tel que  $AB = 12,5$  cm (figure 1 point)

On considère un point C tel que  $AC = 10$  cm et  $BC = 7,5$  cm.

1) Montrez que ABC est un triangle rectangle. (3 points)

2) Calculer la mesure de l'angle ABC. (2 points)

3) Soit H le symétrique de A par rapport à C et K le symétrique de B par rapport à C.

Quelle est la nature du quadrilatère BAKH ? Pourquoi ? (2 points)

Calculer la valeur des angles de ce quadrilatère en indiquant les théorèmes employés ? (4points)

4) Soit J un point tel que  $AJ = 5$  cm et  $JH = 15$  cm.

Que peut-on dire du point J ? Pourquoi ? (2 points)

5) Soit O le milieu de [AB]

En déduire que (OA) est la médiatrice de [AC]. (2points)

Calculer la distance de O à la droite (AH) (2 points)

5) Montrez que pour tout point M du plan  $AC < KM + MH$  (2 points)

## Contrôle de géométrie 4F premier groupe : correction

Soit C un cercle de centre O et de rayon 5 cm, [EF] un diamètre de ce cercle

.On considère un point G tel que EG = 6 cm et FG = 8 cm.

1) Montrez que EFG est un triangle rectangle. (3 points)

2) Calculer la mesure de l'angle EFG. (2 points)

3) Soit H le symétrique de E par rapport à G et K le symétrique de F par rapport à G.

Quelle est la nature du quadrilatère FEKH ? Pourquoi ? (2 points)

Calculer la valeur des angles de ce quadrilatère en indiquant les théorèmes employés ? (4points)

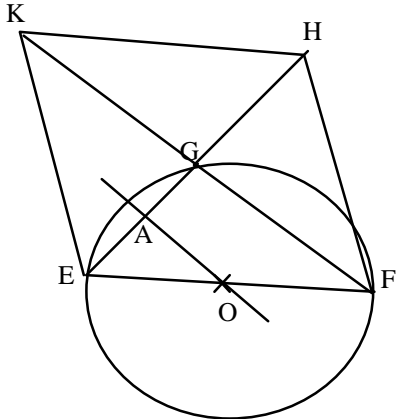
4) Soit A un point tel que EA = 3 cm et AH = 9 cm.

Que peut-on dire du point A ? Pourquoi ? (2 points)

En déduire que (OA) est la médiatrice de [EG].(2 points)

Calculer la distance de O à la droite (EH) (2 points)

5) Montrez que pour tout point M du plan  $EG < KM + MH$  (2 points)



1) Dans le triangle EFG :

$$EF^2 = 10^2 = 100$$

$$EG^2 + GF^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \quad \text{Donc } EF^2 = EG^2 + GF^2$$

D'après la réciproque du théorème de pythagore EFG est un triangle rectangle en G.

2) Dans le triangle EFG rectangle en G :

$$\cos(\text{EFG}) = \frac{\text{Côté adjacent}}{\text{Hypothénuse}} = \frac{GF}{EF}$$

$$\cos(\text{EFG}) = \frac{8}{10} \quad \text{donc } \text{EFG} \approx 36,9^\circ$$

3) Dans le quadrilatère EFKH : H le symétrique de E par rapport à G donc G est le milieu de [EH]

K le symétrique de F par rapport à G. donc G est le milieu de [KF]. De plus d'après la question 1) les droites (KF) et (EH) sont perpendiculaires

Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu et perpendiculaires alors c'est un losange donc EFKH est un losange.

Dans un losange les diagonales sont des axes de symétrie donc (FK) est la bissectrice de l'angle EFH.

Donc  $\text{EFH} \approx 36,9 \times 2 \approx 73,8^\circ$

Dans un losange, deux angles consécutifs sont supplémentaires donc  $\text{KEF} + \text{EFH} = 180^\circ$

Donc  $\text{KEF} = 180^\circ - \text{EFH} \approx 180 - 73,8 \approx 106,2^\circ$

Dans un losange, les angles opposés sont de même mesure donc  $\text{KEF} = \text{KHF} \approx 106,3^\circ$  et  $\text{EFH} = \text{EKH} \approx 36,9^\circ$

4) EA = 3 cm et AH = 9 cm et EH = 12 cm donc EA + AH = EH et A ∈ [EH] de plus EA = AG = 3 cm donc A est le milieu de [EG].

Dans le triangle EFG : O est le milieu de [EF] et A est le milieu de [EG]

Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu de deux segments est parallèle au troisième côté : donc (OA) et (FG) sont parallèles. de plus (FG) et (EG) sont perpendiculaires.

Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre donc (OA) et [EG] sont perpendiculaires en A. De plus  $OA = \frac{FG}{2}$

A est le milieu de [EG]

La médiatrice d'un segment est la perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Donc (OA) est la médiatrice de [EG]

Le projeté orthogonal de O sur (EH) est A : donc la distance de O à (EH) est OA, OA = 4 cm donc la distance de O à (EH) est 4 cm.

5) KEFH est un losange donc EF = KH et EFG est un triangle rectangle donc le plus grand côté est l'hypothénuse donc :  $EG < EF$  donc  $EG < KH$  or pour tout point M du plan  $KH \leq KM + MH$

Donc  $EG < KM + MH$ .

## Contrôle de géométrie 4F deuxième groupe correction

Soit  $[AB]$  un segment tel que  $AB = 12,5$  cm (figure 1 point)

On considère un point  $C$  tel que  $AC = 10$  cm et  $BC = 7,5$  cm.

1) Montrez que  $ABC$  est un triangle rectangle. (3 points)

2) Calculer la mesure de l'angle  $ABC$ . (2 points)

3) Soit  $H$  le symétrique de  $A$  par rapport à  $C$  et  $K$  le symétrique de  $B$  par rapport à  $C$ .

Quelle est la nature du quadrilatère  $BAKH$  ? Pourquoi ? (2 points)

Calculer la valeur des angles de ce quadrilatère en indiquant les théorèmes employés ? (4 points)

4) Soit  $J$  un point tel que  $AJ = 5$  cm et  $JH = 15$  cm.

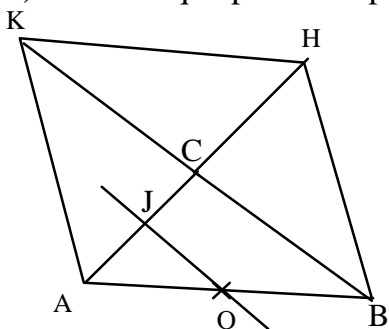
Que peut-on dire du point  $J$  ? Pourquoi ? (2 points)

5) Soit  $O$  le milieu de  $[AB]$

En déduire que  $(OA)$  est la médiatrice de  $[AC]$ . (2 points)

Calculer la distance de  $O$  à la droite  $(AH)$  (2 points)

5) Montrez que pour tout point  $M$  du plan  $AC < KM + MH$  (2 points)



1) Dans le triangle EFG :

$$AB^2 = 12,5^2 = 156,25$$

$$AC^2 + BC^2 = 10^2 + 7,5^2 = 100 + 56,25 = 156,25 \quad \text{donc } AB^2 = AC^2 + BC^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore  $ABC$  est un triangle rectangle en  $C$ .

2) Dans le triangle  $ABC$  rectangle en  $C$  :

$$\cos(ABC) = \frac{\text{Côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos(ABC) = \frac{10}{12,5} \quad \text{donc } ABC \approx 36,9^\circ$$

3) Dans le quadrilatère  $ABHK$  :  $H$  le symétrique de  $A$  par rapport à  $C$  donc  $C$  est le milieu de  $[AH]$

$K$  le symétrique de  $B$  par rapport à  $C$ . donc  $C$  est le milieu de  $[KB]$ . De plus d'après la question 1) les droites  $(KB)$  et  $(AH)$  sont perpendiculaires

Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu et perpendiculaires alors c'est un losange donc  $ABHK$  est un losange.

Dans un losange les diagonales sont des axes de symétrie donc  $[BK)$  est la bissectrice de l'angle  $ABH$ .

$$\text{Donc } ABH \approx 36,9 \times 2 \approx 73,8^\circ$$

Dans un losange, deux angles consécutifs sont supplémentaires donc  $ABH + BHK = 180^\circ$

$$\text{Donc } BHK = 180^\circ - ABH \approx 180 - 73,8 \approx 106,2^\circ$$

Dans un losange, les angles opposés sont de même mesure donc  $KAB = KHB \approx 106,3^\circ$  et  $ABH = HKB \approx 36,9^\circ$

4)  $AJ = 5$  cm et  $JH = 15$  cm et  $AH = 20$  cm donc  $AJ + JH = AH$  et  $J \in [AH]$  de plus  $AJ = JC = 5$  cm donc  $J$  est le milieu de  $[AC]$ .

Dans le triangle  $ABC$  :  $O$  est le milieu de  $[AB]$  et  $J$  est le milieu de  $[AC]$

Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu de deux segments est parallèle au troisième côté : donc  $(OJ)$  et  $(BC)$  sont parallèles. de plus  $(AC)$  et  $(BC)$  sont perpendiculaires.

Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre donc  $(OJ)$  et  $[AC]$  sont

perpendiculaires en  $J$ . De plus  $OJ = \frac{BC}{2} = \frac{7,5}{2} = 3,75$  cm

$J$  est le milieu de  $[AC]$

La médiatrice d'un segment est la perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Donc  $(OJ)$  est la médiatrice de  $[AC]$

Le projeté orthogonal de  $O$  sur  $(AH)$  est  $J$  : donc la distance de  $J$  à  $(AH)$  est  $OJ$ ,  $OJ = 3,75$  cm donc la distance de  $O$  à  $(AH)$  est  $3,75$  cm

5)  $KABH$  est un losange donc  $AB = KH$  et  $ABC$  est un triangle rectangle donc le plus grand côté est l'hypothénuse donc :  $AC < AB$  donc  $AC < KH$  or pour tout point  $M$  du plan  $KH \leq KM + MH$   
Donc  $AC < KM + MH$ .