

STATISTIQUES

I Etude Statistique

Une enquête a été réalisée auprès des 450 élèves d'un collège.

Voici les questions posées :

- Comment viens-tu au collège ? A pied, en bus, en voiture ou à vélo ?
- Combien as-tu de frères et sœurs ?
- Quelle est la durée de ton trajet maison-collège ?

On a recueilli les données correspondant aux réponses des élèves : on obtient des **séries statistiques**

Les 450 élèves interrogés forment la **population** étudiée.

II Organisation des données : effectifs et représentations graphiques

On va étudier les différents **caractères** de cette population.

1) Moyen de transport

C'est un caractère **qualitatif**.

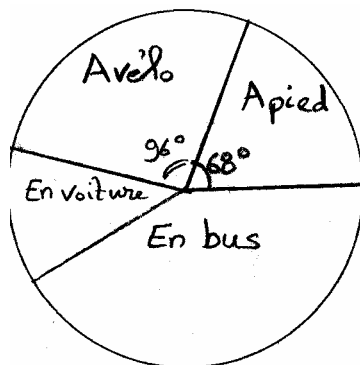
L'effectif total de cette population est 450

Moyens de transport	Effectifs
A pied	85
A vélo	120
En voiture	55
En bus	190
TOTAL	450

Représentations graphiques :

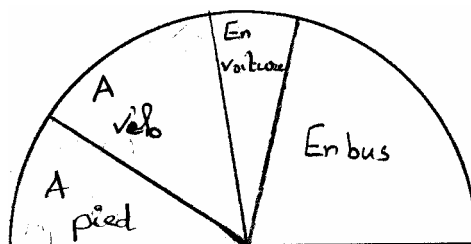
a) Diagramme circulaire

	A pied	A vélo	En voiture	En bus	TOTAL
effectif	85	120	55	190	450
Angle au centre	$\frac{85 \times 360}{450} = 68^\circ$	96°	44°	152°	360°



b) Diagramme demi-circulaire

	A pied	A vélo	En voiture	En bus	TOTAL
effectif	85	120	55	190	450
Angle au centre	34°	48°	22°	76°	180°

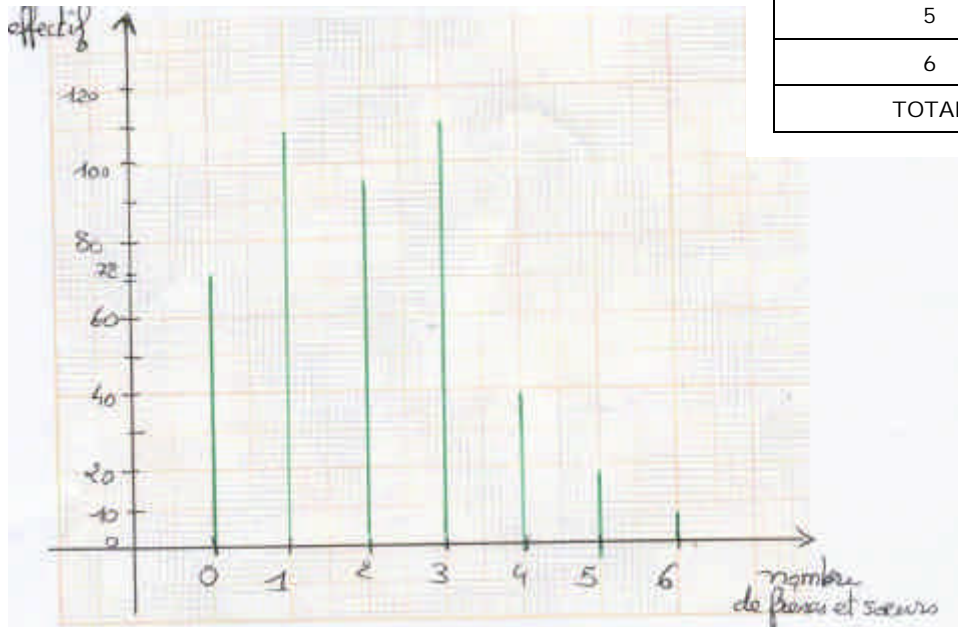


2) Nombre de frères et sœurs

C'est un caractère **quantitatif**

0, 1, 2, ..., 6 sont les **valeurs** de ce caractère.

Représentation graphique : **Diagrammes en bâtons.**



Nombre de frères ou sœurs	effectifs
0	72
1	108
2	95
3	110
4	39
5	19
6	7
TOTAL	450

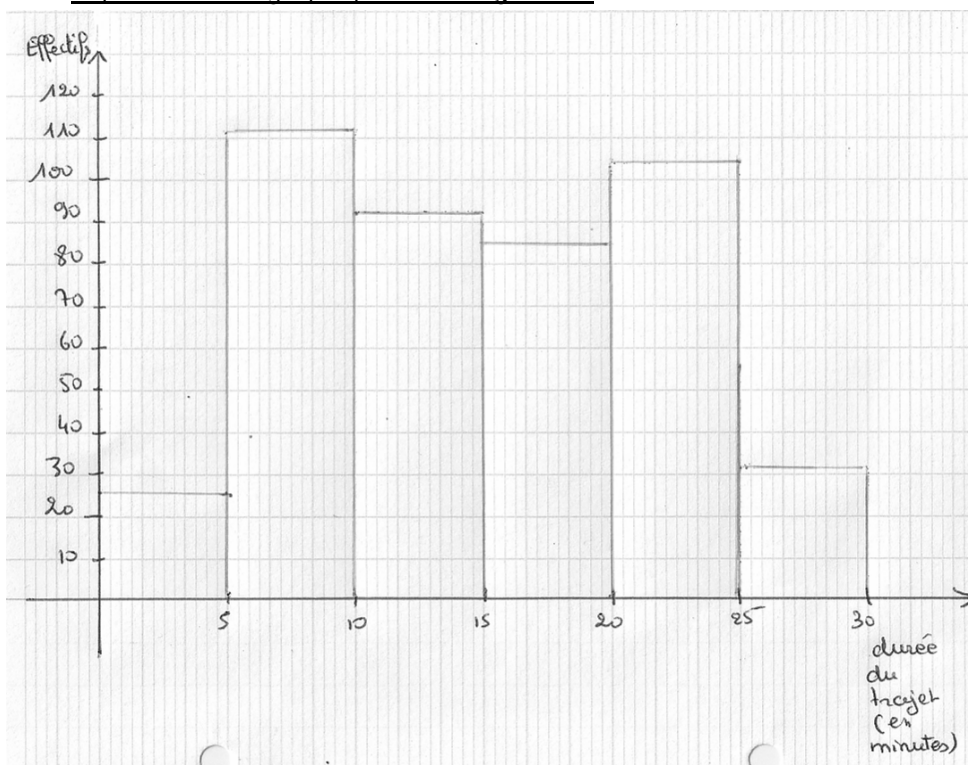
2) Durée du trajet collège - maison

C'est un caractère quantitatif

On a **regroupé** les valeurs de ce caractère en classes d'**amplitude** 5 minutes.

Remarque : lors d'un regroupement en classe, on perd une partie de l'information

Représentation graphique : **Histogramme**



Durée du trajet maison-collège (en minutes)	Effectifs
0 ≤ t < 5	25
5 ≤ t < 10	111
10 ≤ t < 15	92
15 ≤ t < 20	85
20 ≤ t < 25	105
25 ≤ t < 30	32
TOTAL	450

III Fréquences

1) Fréquence d'une valeur

La fréquence d'une valeur est le quotient (ou rapport) de l'effectif de cette valeur sur l'effectif total de la population.

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$$

Exemple : Fréquence des élèves ayant 3 frères ou sœurs.

$$\frac{\text{Effectif des élèves ayant 3 frères ou sœurs}}{\text{effectif total}} = \frac{110}{450} \approx 0,244$$

2) Fréquence en pourcentage

$$\text{Fréquence en pourcentage} = \text{fréquence} \cdot 100 = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \cdot 100$$

Exemple : Fréquence en pourcentage des élèves ayant 3 frères ou sœurs.

$$\frac{\text{Effectif des élèves ayant 3 frères ou sœurs}}{\text{effectif total}} \times 100 \approx 24,4$$

24,4% des élèves ont 3 frères ou sœurs

Nombre de frères et sœurs	Effectifs	Fréquences	Fréquences en %
0	72	0,16	16
1	108	0,24	24
2	95	0,211	21,1
3	110	0,244	24,4
4	39	0,087	8,7
5	19	0,042	4,2
6	7	0,016	1,6
TOTAL	450	1	100

Remarques :

- La somme des fréquences vaut toujours 1
- La somme des fréquences en pourcentages vaut toujours 100
- On travaille essentiellement avec les fréquences en pourcentage car elles permettent de comparer plusieurs populations différentes.

IV Effectifs cumulés

1) Effectifs cumulés croissants

a) Combien d'élèves ont moins de 2 frères ou sœurs ?

Il s'agit de trouver combien d'élèves ont 0 ou 1 frère ou sœur.

$$72 + 108 = 180$$

180 élèves ont moins de 2 frère ou sœur .

On dit aussi que 180 élèves ont au plus 1 frère ou sœur.

b) Tableau

Nombre de frères ou sœurs	Effectifs	Effectifs cumulés croissants
0	72	72
1	108	$72 + 108 = 180$
2	95	275
3	110	385
4	39	424
5	19	443
6	7	450
TOTAL	450	

Effectif total

c) Lecture du tableau

- 443 élèves ont *moins de*6....frères ou sœurs. ($n < 6$)
443 élèves ont *au plus*5.....frères ou sœurs. ($n \leq 5$)
- 275 élèves ont *moins de 3* frères ou sœurs ($n < 3$)
275 élèves ont *au plus 2* frères ou sœurs ($n \leq 2$)

3) Effectifs cumulés décroissants

a) *Combien d'élèves ont au moins 1 frère ou 1 sœur ?*

Il s'agit de trouver combien d'élèves ont 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 frères ou sœurs.
 Effectif total – effectif d'élèves ayant 0 frère ou sœur = $450 - 72 = 378$
 378 élèves ont au moins 1 frère ou 1 sœur .
 On dit aussi que 378 élèves ont plus de 0 frère ou sœur.

b) Tableau

Nombre de frères ou sœurs	Effectifs	Effectifs cumulés décroissants
0	72	450
1	108	$450 - 72 = 378$
2	95	270
3	110	175
4	39	65
5	19	26
6	7	7
TOTAL	450	

a) Lecture du tableau

- 378 élèves ont *au moins 1* frère ou sœur. ($n \geq 1$)
378 élèves ont *plus de 0* frère ou sœur. ($n > 0$)
- 7 élèves ont *au moins 6* frères ou sœurs. ($n \geq 6$)
7 élèves ont *plus de 5* frères ou sœurs. ($n > 5$)

V Fréquences cumulées

$$\text{Fréquence cumulée} = \frac{\text{effectif cumulé}}{\text{effectif total}}$$

$$\text{Fréquence cumulée en \%} = \text{fréquence cumulée} \times 100 = \frac{\text{effectif cumulé}}{\text{effectif total}} \times 100$$

1) Tableau

On peut également calculer les fréquences cumulées à partir des fréquences

Nombre de frères ou sœurs	Fréquences en %	Fréquences cumulées croissantes en %	Fréquences cumulées décroissantes en %
0	16	16	100
1	24	$16 + 24 = 40$	$100 - 16 = 84$
2	21,1	61,1	60
3	24,4	85,5	38,9
4	8,7	94,2	14,5
5	4,2	98,4	5,8
6	1,6	100	1,6
TOTAL	100	 	

4) Lecture du tableau

a) fréquences cumulées croissantes

- 40% des élèves ont au plus 1 frère ou 1 sœur.
40 % des élèves ont moins de 2 frères ou sœurs.
- 98,4% des élèves ont au plus 5 frères ou sœurs. ($n \leq 5$)
98,4 % des élèves ont moins de 6 frères ou sœurs. ($n < 6$)

a) fréquences cumulées décroissantes

- 84% des élèves ont au moins 1 frère ou 1 sœur. ($n \geq 1$)
84 % des élèves ont plus de 0 frère ou sœur ($n > 0$)
- 1,6% des élèves ont plus de 5 frères ou sœurs. ($n > 5$)
- 1,6 % des élèves ont au moins 6 frères ou sœurs. ($n \geq 6$)

VI Moyennes

1) Calculer une moyenne

a) Méthode

Pour calculer la moyenne d'une série de valeurs, il faut :

- Calculer la somme de toutes les valeurs
- Puis diviser par le nombre total de ces valeurs.

b) Exemple

Pierre a parcouru 54 km lundi, 37 km mardi, 63 km mercredi et 45 km jeudi.
Combien de kilomètres a-t-il parcouru en moyenne par jour ?

$$\frac{54 + 37 + 63 + 45}{4} = 49,75$$

Il a parcouru en moyenne 49,75 km par jour.

2) Calculer une moyenne pondérée

a) Méthode

Pour calculer la moyenne pondérée d'une série de valeurs, il faut :

- Calculer les produits de chaque valeur par leur coefficient (ou effectif),
- Calculer la somme des produits
- Puis diviser le résultat par la somme des coefficients (ou l'effectif total)

b) Exemples

- A un concours scientifique, les mathématiques ont un coefficient 5, la physique un coefficient 3 et la géologie un coefficient 2. Carine a eu 11 en mathématiques, 9 en physique et 12 en géologie. Quelle est sa moyenne pondérée ?

Notes (N)	11	9	12	Total
Coefficient (c)	5	3	2	10
N × c	55	27	24	106

$$\frac{11 \times 5 + 9 \times 3 + 12 \times 2}{10} = \frac{106}{10} = 10,6 \text{ . La moyenne de Carine est } 10,6.$$

- Nombre moyen de frères et sœurs

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5	6	Total
Effectif	72	108	95	110	39	19	7	450

$$\frac{0 \times 72 + 1 \times 108 + 2 \times 95 + 3 \times 110 + 4 \times 39 + 5 \times 19 + 6 \times 7}{450} = \frac{921}{450} \approx 2,05$$

Les élèves du collège ont en moyenne 2,05 frères ou sœurs.

5) Calculer une valeur approchée de la moyenne d'une série regroupée en classe

a) Méthode

Pour calculer une valeur approchée de la moyenne d'une série de valeurs regroupée en classe, il faut :

- Prendre le centre de chaque classe (moyenne des valeurs extrêmes)
- Calculer le produit de ce centre par l'effectif correspondant
- Faire la somme de ces produits
- Puis diviser cette somme par l'effectif total.

b) Exemple : Durée moyenne du trajet maison collège

Durée du trajet maison-collège (en minutes)	Centre de classe	Effectifs
0 ≤ t < 5	$\frac{0+5}{2} = 2,5$	25
5 ≤ t < 10	7,5	111
10 ≤ t < 15	12,5	92
15 ≤ t < 20	17,5	85
20 ≤ t < 25	22,5	105
25 ≤ t < 30	27,5	32
TOTAL	 	450

$$\frac{2,5 \times 25 + 7,5 \times 111 + 12,5 \times 92 + 17,5 \times 85 + 22,5 \times 105 + 27,5 \times 32}{450} = \frac{6675}{450} \approx 15,06 \text{ min} = 15 \text{ min } 3 \text{ s}$$