

Corrigé de l'épreuve de mathématiques du brevet 2000 de l'académie Nancy-Metz

			barème												
Activités numériques															
<i>Exercice 1</i>		Toute méthode correctement détaillée doit être prise en compte. Avec l'algorithme d'Euclide :	1												
		<table border="1" style="width:100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th align="center">a</th> <th align="center">b</th> <th align="center">Reste de la division de a par b</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td align="center">924</td> <td align="center">630</td> <td align="center">294</td> </tr> <tr> <td align="center">630</td> <td align="center">294</td> <td align="center">42</td> </tr> <tr> <td align="center">294</td> <td align="center">42</td> <td align="center">0</td> </tr> </tbody> </table>	a	b	Reste de la division de a par b	924	630	294	630	294	42	294	42	0	
a	b	Reste de la division de a par b													
924	630	294													
630	294	42													
294	42	0													
		On obtient : $\frac{630}{924} = \frac{42 \times 15}{42 \times 22} = \frac{15}{22}$, cette dernière fraction est irréductible et est la fraction cherchée	1												
<i>Exercice 2</i>		$A = \frac{3}{4} + \frac{5 \times 7}{4 \times 3 \times 5} = \frac{3}{4} + \frac{7}{12} = \frac{9+7}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$	1,5												
		$B = \frac{\frac{10-15}{5}}{8} = \frac{-5}{12} \times \frac{8}{5} = -\frac{2}{3}$	1,5												
		$C = \frac{2 \times 4 \times 3 \times 5 \times 10^9}{4 \times 5 \times 10^{10}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	1,5												
<i>Exercice 3</i>		Soient x le prix d'un cahier et y le prix d'un stylo. On écrit le système qui traduit les deux conditions :	0,5												
		$\begin{cases} 3x + y = 57 \\ 5x + 3y = 107 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 57 - 3x \\ y = \frac{107 - 5x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 57 - 3x \\ 57 - 3x = \frac{107 - 5x}{3} \end{cases}$													
		On trouve finalement : x = 16 et y = 9. Un cahier coûte 16 Francs et un stylo coûte 9 Francs.	1												
<i>Exercice 4</i>	a)	$E = 6x^2 + x - 12$	1												
	b)	$E = (2x + 3)[(2x + 3) + (x - 7)] = (2x + 3)(3x - 4)$	1												
	c)	$S = \left\{ -\frac{3}{2}, \frac{4}{3} \right\}$.	1												
	d)	Avec le résultat de la question a) : $E = 6 \times 2 + \sqrt{2} - 12 = \sqrt{2}$	1												
Activités géométriques															
<i>Exercice 1</i>	1)	On a : $AM^2 - AP^2 - PM^2 = 36 - 12,96 - 23,04 = 0$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore , le triangle APM est rectangle en P.	1												
	2)	On peut utiliser le théorème de Thalès dans le triangle AEF puisque les droites (MP) et (EF) sont parallèles : $\frac{MP}{EF} = \frac{AM}{AE}$ d'où : $AE = AM \times \frac{EF}{MP} = 7,5$. Puisque les points A, M, E sont alignés dans cet ordre, on a : $AE = AM + ME$ d'où : $EM = AE - AM = 1,5$.	1,5 0,5 0,5												
	3)	Les points P, A, C d'une part, M, A, B d'autre part sont alignés dans le même ordre. On a aussi : $\frac{AP}{AC} = \frac{AM}{AB} = 0,8$. D'après la réciproque du théorème de Thalès utilisé dans le triangle ABC, les droites (MP) et (BC) sont parallèles.	1 1												
	4)	Avec le parallélisme précédent, les angles concernés deviennent des angles alternes internes et sont donc égaux.	1												

<i>Exercice 2</i>	1)	Figure sur feuille jointe.	1
	2)	Un des côtés du triangle est un diamètre du cercle. Le troisième sommet, C, appartient au cercle : le triangle BCF est un triangle rectangle en C.	1
	3)	Dans le triangle rectangle BCF, $\sin(\widehat{BFC}) = \frac{BC}{BF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. A un degré près : $\widehat{BFC} = 42^\circ$.	1 0,5
	4)	Pour le cercle dessiné, l'angle \widehat{BOC} est l'angle au centre correspondant de l'angle inscrit \widehat{BFC} : sa mesure est donc le double. A un degré près : $\widehat{BOC} = 84^\circ$. Dans le triangle BOC, isocèle de sommet O, (OB=OC), les deux angles à la base sont égaux à la moitié de $180^\circ - 84^\circ$. A un degré près, $\widehat{OBC} = \widehat{OCB} = 48^\circ$.	1 1

Problème																					
<i>Partie 1</i>	1)	On a : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 9 = 27\pi \text{ cm}^3$.	1																		
	2)a)	La surface du liquide est un disque perpendiculaire à l'axe du cône, la droite (CH) en particulier est perpendiculaire à la droite (HS) et le triangle CHS est rectangle en H. Les droites (AB) et (HC) sont donc parallèles et on peut utiliser le théorème de Thalès dans le triangle SAB : $\frac{HC}{AB} = \frac{SH}{SA}$ d'où : $HC = AB \times \frac{SH}{SA} = 1,5 \text{ cm}$.	1 1																		
	2)b)	$V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times (1,5)^2 \times 4,5 = 3,375\pi \text{ cm}^3$.	1																		
	2)c)	Avec le même raisonnement qu'en 2)a) : $\frac{HC}{3} = \frac{x}{9}$ d'où $HC = \frac{3x}{9} = \frac{x}{3}$. $V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{x}{3}\right)^2 \times x = \pi \frac{x^3}{27} \text{ cm}^3$.	1 1																		
	2)d)	$V_1 = \pi \text{ cm}^3$ lorsque $x = 3 \text{ cm}$ et $V_1 = 8\pi \text{ cm}^3$ lorsque $x = 6 \text{ cm}$.	1																		
<i>Partie 2</i>	1)	$V_2 = \pi \times 3^2 \times 9 = 81\pi \text{ cm}^3$.	1																		
	2)	$V = \frac{1}{3} \times V_2$: le volume du cylindre est trois fois celui du cône. Il faudra donc trois cônes identiques au précédent pour remplir le cylindre.	0,5																		
	3)a)	Le volume demandé est celui d'un cylindre de hauteur y et de surface de base $9\pi \text{ cm}^2$: il est donc égal à $9\pi y \text{ cm}^3$.	0,5																		
	3)b)	Le volume V que l'on verse ainsi doit être celui d'un cylindre de hauteur y et de surface de base $9\pi \text{ cm}^2$. On cherche donc y tel que : $\pi \frac{x^3}{27} = 9\pi y$ d'où : $y = \frac{x^3}{243}$.	1																		
	3)c)	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>0,004</td> <td>0,033</td> <td>0,111</td> <td>0,263</td> <td>0,514</td> <td>0,888</td> <td>1,412</td> </tr> </table>	x	0	1	2	3	4	5	6	7	y	0	0,004	0,033	0,111	0,263	0,514	0,888	1,412	1
x	0	1	2	3	4	5	6	7													
y	0	0,004	0,033	0,111	0,263	0,514	0,888	1,412													
	3)d)	Voir feuille jointe.	1																		

Problème : partie 2, question 3)d).

