∇ **$3^{ème}$ – DNB – 2001 – NICE**

PARTIE NUMERIQUE CORRIGE

Exercice 1

1. Donner l'égalité traduisant la division euclidienne de $1\,512$ par 21

$$1\,512 = 21 \times 72$$

2. Rendre irréductible la fraction $\frac{720}{1\,512}$

$$\frac{720}{1\,512} = \frac{72 \times 10}{72 \times 21} \quad \text{donc} \quad \frac{720}{1\,512} = \frac{10}{21}$$

Exercice 2

On considère l'expression **A** suivante : $A = (x - 2)^2 + (x - 2)(3x + 1)$

1. Développer et réduire **A**.

$$A = (x - 2)^2 + (x - 2)(3x + 1)$$

$$A = x^2 - 4x + 4 + 3x^2 + x - 6x - 2$$

$$A = 4x^2 - 9x + 2$$

2. Factoriser **A**.

$$A = (x - 2)[(x - 2) + (3x + 1)]$$

$$A = (x - 2)(x - 2 + 3x + 1)$$

$$A = (x - 2)(4x - 1)$$

3. Résoudre l'équation : $(x - 2)(4x - 1) = 0$.

$$(x - 2)(4x - 1) = 0$$

$x - 2 = 0$ ou $4x - 1 = 0$

$x = 2$ ou $x = \frac{1}{4}$

4. Calculer **A** pour $x = -\frac{1}{2}$

si $x = -\frac{1}{2}$ alors $A = \frac{15}{2}$ ou $A = 7,5$

Exercice 3

1. Résoudre le système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + y = 21 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y = 15 & \times(-1) \\ 2x + y = 21 \end{cases} \qquad \begin{cases} -x - y = -15 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$$

Additionnons les deux égalités membre à membre

On obtient $x = 6$

Comme $x + y = 15$ on en déduit $y = 9$

La solution du système est donc $\begin{cases} x = 6 \\ y = 9 \end{cases}$

2. Pour financer une partie de leur voyage de fin d'année, des élèves de troisième vendent des gâteaux qu'ils ont confectionnés eux - même.

Un même jour ils ont vendu 15 tartes, les unes aux myrtilles et les autres aux pommes.
Une tarte aux myrtilles est vendue 4 euros et une tarte aux pommes 2 euros.
La somme encaissée ce jour là est 42 euros.

Apres avoir mis le problème en équation, déterminer combien ils ont vendu de tartes de chaque sorte.

Soit x le nombre de tartes aux myrtilles et y le nombre de tartes aux pommes.

Mise en équations du problème $\begin{cases} x + y = 15 & (1) \\ 4x + 2y = 42 & (2) \end{cases}$

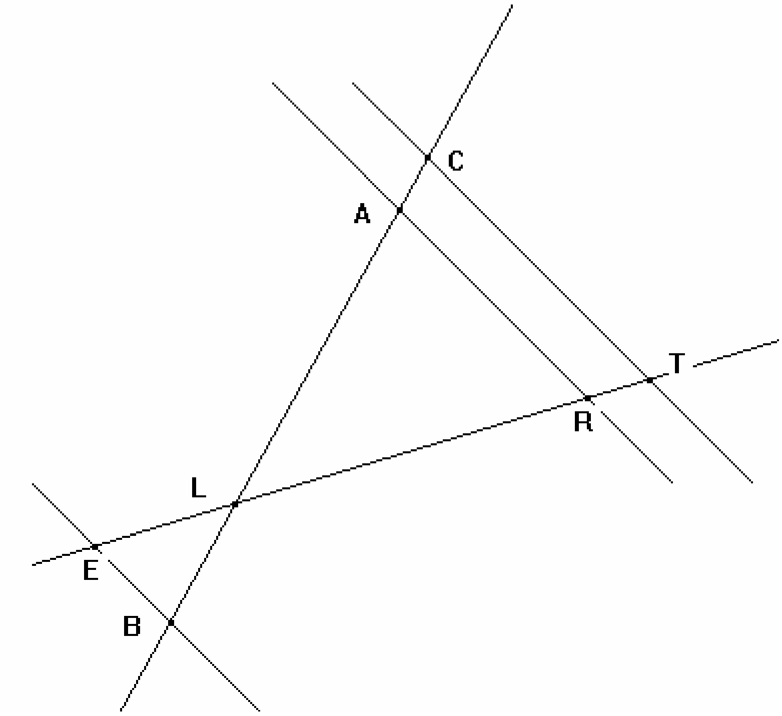
Simplifions l'égalité (2) On obtient $\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$

Ils ont donc vendu 6 tartes aux myrtilles et 9 tartes aux pommes.

PARTIE GEOMETRIQUE **CORRIGE**

Exercice 1

Sur la figure ci-dessous :



Les droites **(AR)** et **(CT)** sont parallèles.
Les points **E**, **L**, **R**, **T** sont alignés. Les points **C**, **A**, **L**, **B** sont alignés.

On donne : **LC = 6 cm** **LT = 9 cm** **LA = 4, 8 cm** **LB = 2 cm** **LE = 3 cm**

1. Calculer **LR**.

Comme les points **L**, **R**, **T** d'une part et les points **L**, **A**, **C** d'autre part sont alignés, et que les droites **(AR)** et **(CT)** sont parallèles, alors d'après la propriété de Thalès, on a :

$$\frac{LR}{LT} = \frac{LA}{LC} \qquad \frac{LR}{9} = \frac{4,8}{6}$$

donc $LR = \frac{9 \times 4,8}{6}$ soit **$LR = 7,2$ cm**

2. Les droites **(EB)** et **(CT)** sont-elles parallèles ?

Comme les points **L**, **E**, **T** d'une part et **L**, **B**, **C** d'autre part sont alignés dans le même ordre, et que :

$$\frac{LE}{LT} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \frac{LB}{LC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

on obtient $\frac{LE}{LT} = \frac{LB}{LC}$

alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès les droites **(EB)** et **(CT)** sont parallèles.

<u>Exercice 2</u>

ABCDEFGH est un pavé droit à base carrée.
On donne **AD = 3 cm**, **CG = 4 cm**.

1. Calculer le volume en cm^3 de la pyramide de sommet **G** et de base **ABCD**.

$$V = \frac{1}{3} B\,h = \frac{1}{3}(3 \times 3) \times 4 = 12 \text{ cm}^3$$

2. Calculer **DG**.

Appliquons la propriété de Pythagore au triangle rectangle **DCG** :

On a : $DG^2 = DC^2 + CG^2$
$DG^2 = 3^2 + 4^2$
$DG^2 = 25$

soit **DG = 5 cm**.

3. On admet que le triangle **ADG** est rectangle en **D**.

Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{AGD}$.

$$\tan \widehat{AGD} = \frac{AD}{DG} = \frac{3}{5} = 0,6$$

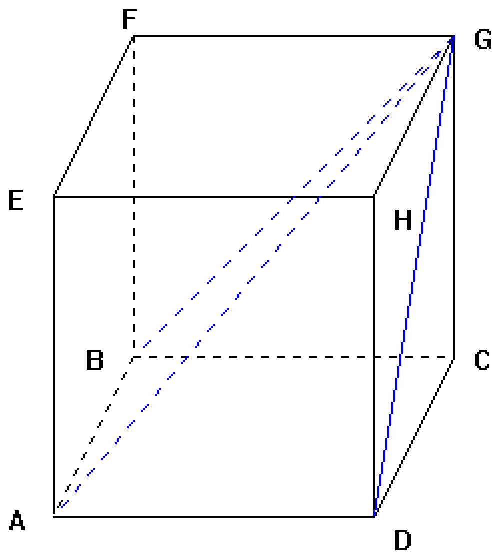
donc $\widehat{AGD} = 31\,°$ à un degré près.

Calculer la valeur exacte de la longueur **AG**, puis en donner la valeur arrondie au millimètre.

Appliquons la propriété de Pythagore au triangle rectangle **ADG**.

$AG^2 = AD^2 + DG^2$ $\qquad$ $AG^2 = 3^2 + 5^2$ $\qquad$ $AG^2 = 34$

d'où $AG = \sqrt{34}$ $\qquad$ soit **AG = 5, 8 cm** au millimètre près

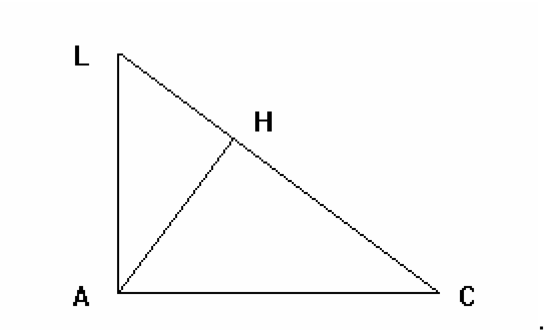


PROBLEME CORRIGE

On rappelle que l'aire d'un triangle quelconque est obtenue à l'aide de la formule de calcul suivante :

Aire = $\frac{1}{2}$ (longueur d'un côté $\times$ longueur de la hauteur correspondante.)

I. Soit **LAC** un triangle rectangle en **A**.
On donne : **LA = 9 cm** ; **AC = 12 cm**.
[AH] est la hauteur issue de **A**.



a. Calculer l'aire du triangle **LAC**.

Aire du triangle **LAC** $= \frac{1}{2}(\text{LA} \times \text{AC})$

$= \frac{1}{2}(9 \times 12) = 54 \text{ cm}^2$

b. Montrer que : **LC = 15 cm**.

Le triangle **LAC** est rectangle en **A**.
Donc d'après la propriété de Pythagore on a :

$\text{LC}^2 = \text{LA}^2 + \text{AC}^2$
$\text{LC}^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$

d'où $\text{LC} = \sqrt{225}$ **LC = 15 cm**

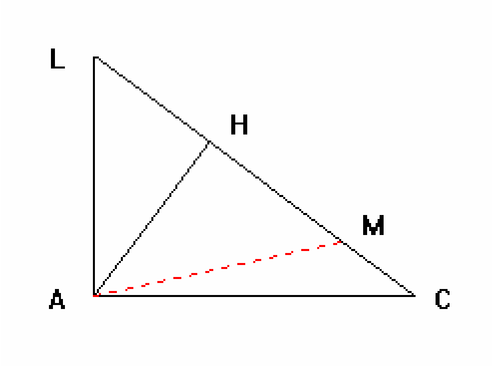
c. En exprimant différemment le calcul de l'aire du triangle **LAC**, montrer que :
AH = 7, 2 cm.

Aire du triangle **LAC** $= \frac{1}{2}(\text{LC} \times \text{AH})$

donc $54 = \frac{1}{2} \times 15 \times \text{AH}$

d'où $\text{AH} = \frac{108}{15} = \frac{36}{5} = 7,2 \text{ cm}$

II. On place un point **M** sur le côté **[LC]** du triangle **LAC** et on note **x** la distance **LM**, exprimée en **cm** ($0 < x < 15$).



1- Exprimer en fonction de **x** la longueur **MC**.

On a **LC = LM + MC** d'où **MC = 15 – x**

2- Le segment **[AH]** peut être considéré comme hauteur à la fois du triangle **MAC** et du triangle **LAM**.

a. Montrer que l'aire du triangle **LAM**, exprimée en **cm** ^{2} , est **3, 6 x**.

Aire du triangle **LAM** $= \frac{1}{2} \times (LM \times AH)$

$= \frac{1}{2} \times 7,2\,x = 3,6\,x$ (en **cm** ^{2})

b. Montrer que l'aire du triangle **MAC**, exprimée en **cm** ^{2} , est **54 – 3, 6 x**.

Aire du triangle **MAC** $= \frac{1}{2} \times (MC \times AH)$

$= \frac{1}{2} (15 - x) \times 7,2$

$= 3,6 (15 - x)$

$= 54 - 3,6\,x$ (en **cm** ^{2})

c- Pour quelle valeur de **x** les deux triangles **LAM** et **MAC** ont-ils la même aire ? Quelle est alors cette aire ?

Si Aire du triangle **MAC** = Aire du triangle **LAM**

alors $3,6\,x = 54 - 3,6\,x$

d'où $7,2\,x = 54$

$x = \frac{54}{7,2}$ $x = 7,5$

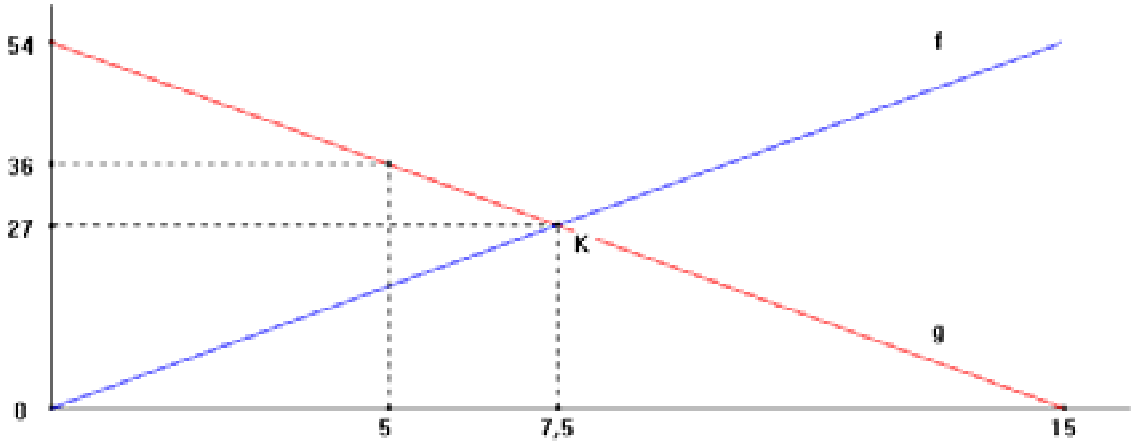
L'aire est alors de $7,5 \times 3,6 = 27$ **cm** ^{2}.

III. Le plan est muni d'un repère orthogonal.

On choisira l'axe des abscisses parallèle au grand côté de la feuille de papier millimétré. Sur l'axe des abscisses, l'unité est le centimètre, sur l'axe des ordonnées, **1 cm** représente **10** unités.

1. Tracer la représentation graphique des fonctions **f** et **g** définies par :

$$f(x) = 3,6\,x \quad \text{et} \quad g(x) = 54 - 3,6\,x.$$



2. Déterminer graphiquement la valeur de **x** pour laquelle l'aire du triangle **MAC** est égale à **36 cm** ^{2} en faisant apparaître sur le graphique les constructions utiles.

On a **x = 5**

3. Soit **K** le point d'intersection des deux droites obtenues.

a. Déterminer graphiquement les coordonnées du point **K**.

On a **K (7, 5 ; 27)**

b. En utilisant les résultats obtenus à la question II 2-c :

- Que représente l'abscisse du point **K** ?
- Que représente l'ordonnée du point **K** ?

L'abscisse du point **K** est la valeur de **x** pour laquelle les deux aires des triangles **LAC** et **MAC** sont égales.

Son ordonnée est la valeur de cette aire.