∇

$3^{ème}$ – DNB – 2001 – Rennes

PARTIE NUMERIQUE CORRIGE

Exercice 1

1. Ecrire sous la forme la plus simple possible :

$$A = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} : \frac{2}{5}$$

$$A = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} : \frac{2}{5} = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{7}{3} - \frac{10}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$

2. Donner l'écriture décimale de :

$$B = -4^2 + 10^3 \times 10^{-1} + (-3)^2$$

$$B = -16 + 100 + 9 = 93$$

3. Ecrire sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier :

$$C = 2\sqrt{27} - 4\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

$$C = 2\sqrt{9 \times 3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{4 \times 3} = 2 \times 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$C = 8\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

Exercice 2

Soit $A = (7x - 3)^2 - 9$

1. Développer et réduire **A**.

$$A = (7x - 3)^2 - 9$$

$$A = 49x^2 - 42x + 9 - 9 = 49x^2 - 42x$$

2. Factoriser **A**

$$A = 49x^2 - 42x = 7x(7x - 6)$$

3. Résoudre l'équation : $7x(7x - 6) = 0$

$$7x(7x-6) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} 7x = 0 \\ 7x - 6 = 0 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{6}{7} \end{cases}$$

Exercice 3

1. Déterminer le **PGCD** des nombres **108** et **135**.

   On a $135 = 108 + 27$
   et $108 = 27 \times 4$
   donc $PGCD\ (135 ; 108) = 27$

2. Marc a **108** billes rouges et **135** billes noires.
   Il veut faire des paquets de sorte que :
   - tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges,
   - tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires,
   - toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.

   a) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?

   Il pourra donc faire **27** paquets au maximum.

   b) Combien y aura-t- il alors de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

   4 billes rouges ($108 = 4 \times 27$)
   et **5** billes noires ($135 = 5 \times 27$)

Exercice 4

Le granit est une roche cristalline formée d'un mélange hétérogène de quatre éléments : quartz, feldspath, biotite et minéraux secondaires.

1. Un bloc de granit est composé de :

   28 % de quartz
   53 % de feldspath
   11 % de biotite
   19, 2 dm^3 de minéraux secondaires.

   Calculer le volume de ce bloc.

   $28 + 53 + 11 = 92$

   donc **19, 2** dm^3 représentent **8 %** du volume total
   d'où le volume du bloc : **Erreur !** = **240** dm^3

2. Un mètre cube de ce granit a une masse de **2, 6 tonnes**.
   Calculer la masse de ce granit considéré dans la question 1

   $240\ dm^3 = 0,24\ m^3$

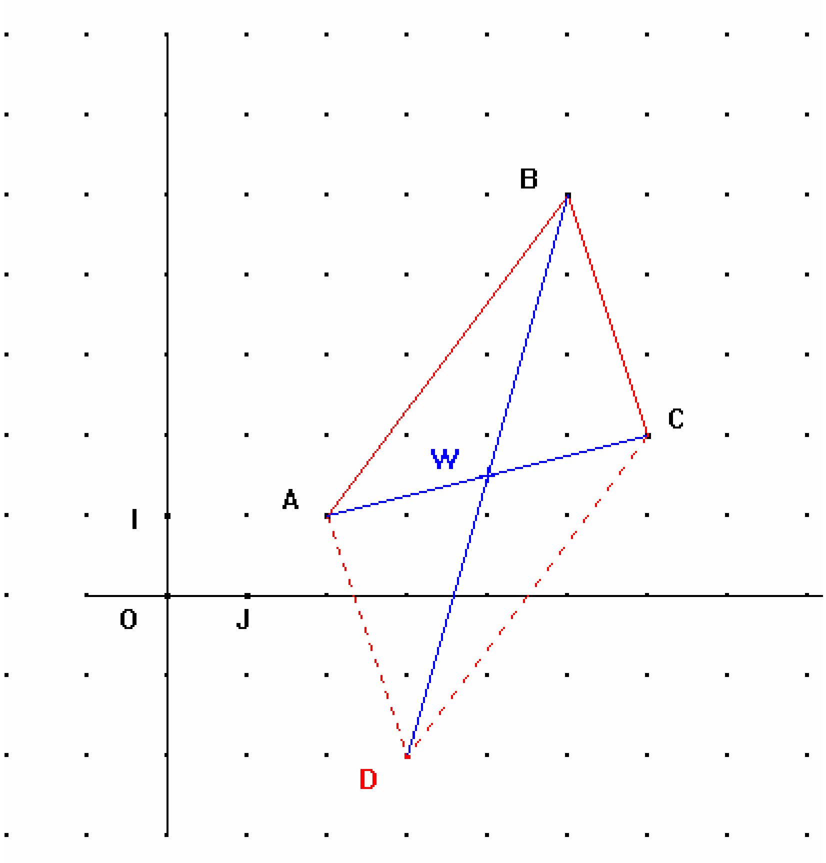
   d'où le poids du bloc de granit :

   $0,24 \times 2,6 = 0,624$ **tonnes** soit **624 kg**.

PARTIE GEOMETRIQUE **CORRIGE**

Exercice 1

1/



2/ Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB}\ (5 - 2\ ;\ 5 - 1)$ $\rightarrow$ $\overrightarrow{AB}\ (3\ ;\ 4)$

3/ Calculer la distance **AB**.

$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25}$ $\rightarrow$ $AB = 5$

4/ Placer le point **D** tel que **ABCD** soit un parallélogramme.

Voir dessin

5/ Donner sans justifier les coordonnées du point **D**.

Lecture $\rightarrow$ $D\ (3\ ;\ -2)$

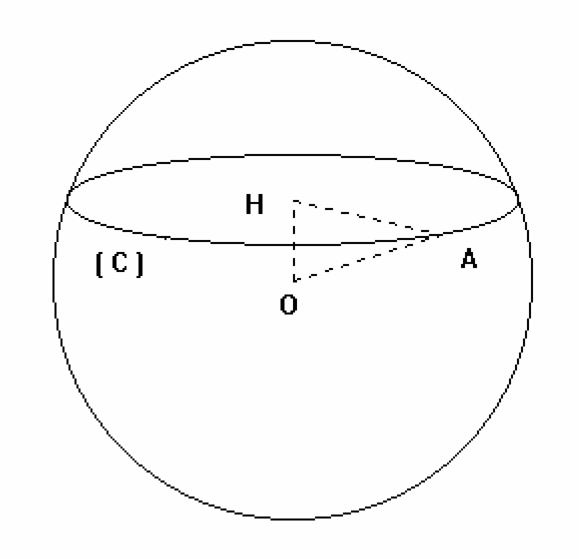
6/ Calculer les coordonnées du centre de symétrie **W** du parallélogramme **ABCD**.

W est le milieu de [AC] $\rightarrow$ $W\ \left(\dfrac{2+6}{2}\ ;\ \dfrac{2+1}{2}\right)$

$W\ \left(4\ ;\ \dfrac{3}{2}\right)$

<u>Exercice 2</u>

Sur le dessin ci-dessous, la sphère a pour centre **O**.



Un plan coupe cette sphère selon un cercle **(C)** de centre **H** et de rayon **4, 5 cm**
(**HA = 4, 5 cm**).

1) Sachant que **HO = 2, 2 cm**, dessiner le triangle rectangle **OHA** en vraie grandeur.

Dessin

2) Calculer **OA** à **1 mm** près.

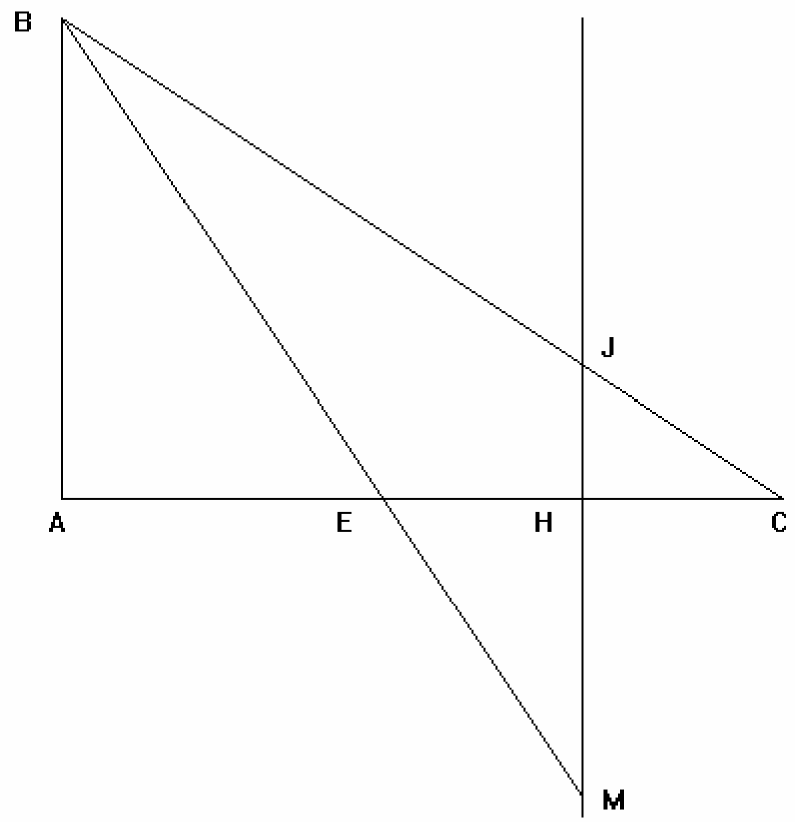
Le triangle **HOA** est rectangle en **H** donc d'après la propriété de Pythagore on a :

$OA^2 = OH^2 + HA^2$
$OA^2 = 2,2^2 + 4,5^2$
$OA^2 = 4,84 + 20,25$
$OA^2 = 25,09$

d'où **OA = 5 cm** à **1 mm** prés

Exercice 3

On considère un triangle **ABC** tel que : **AB = 6 cm**, **AC = 9 cm** et **BC =** $\sqrt{117}$ **cm**.



Sur ce dessin les dimensions ne sont pas respectées.

1) Quelle est la nature du triangle **ABC** ?

On a **AB** ^{2} **= 36** **AC** ^{2} **= 81** et **BC** ^{2} **= 117**

On a donc **BC** ^{2} **= AB** ^{2} **+ AC** ^{2}

d'après la réciproque de la propriété de Pythagore on a : **ABC** triangle rectangle en **A**

2) Le point **E** est le point de **[AC]** tel que **AE = 4 cm**.

La médiatrice de **[EC]** coupe **[EC]** en **H**, **[BC]** en **J** et **(BE)** en **M**

a) Prouver que :

- les droites **(JH)** et **(AB)** sont parallèles

(JH) est la médiatrice de **[EC]** donc **(JH)** et **(EC)** sont perpendiculaires

or **(AB)** et **(AC)** sont perpendiculaires

donc **(JH)** et **(AB)** sont parallèles

- le segment **[HC]** mesure $\mathbf{2,5}$ **cm**.

H est le milieu de **[EC]** d'où $\mathbf{HC = \frac{1}{2} EC = \frac{1}{2} \times 5}$

HC = $\mathbf{2,5}$ **cm**

b) Calculer la valeur exacte de **JH**.

c) Calculer **HM**.

(JH) est parallèle à **(AB)** donc d'après la propriété de Thalès on a :

$$\frac{JH}{AB} = \frac{HC}{AC} \quad \rightarrow \quad \frac{JH}{6} = \textbf{Erreur !}$$

d'où **JH =** **Erreur !** **=** **Erreur !**

c) Calculer **HM**.

De même on a :

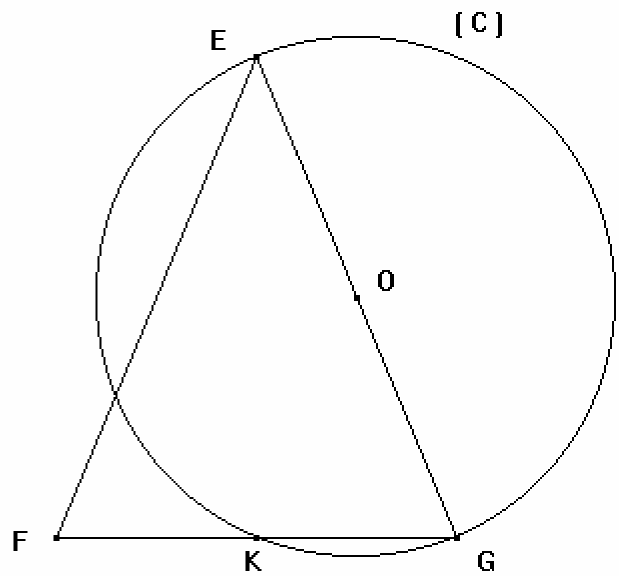
$$\frac{HM}{AB} = \frac{EH}{EA} \quad \rightarrow \quad \frac{HM}{6} = \textbf{Erreur !}$$

d'où **HM =** **Erreur !** **=** $\mathbf{3,75}$

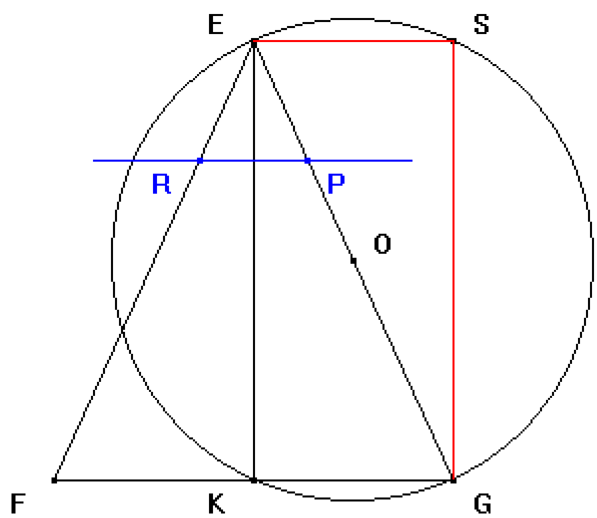
PROBLEME **CORRIGE**

PARTIE A

EFG est un triangle isocèle en **E** tel que **FG = 5 cm** et **EG = 6 cm**.
Le cercle **(C)** de centre **O** et de diamètre **[EG]** coupe **[FG]** en **K**.
La figure ci-dessous n'est pas dessinée en vraie grandeur.



1) Réaliser la figure en vraie grandeur (utiliser une feuille à part).



2) a) Démontrer que **EKG** est un triangle rectangle.

Le triangle **EKG** est rectangle en **K**, car il est inscrit dans un demi-cercle de diamètre **[EG]**

b) Démontrer que **K** est le milieu de **[FG]**.

Comme le triangle **EFG** est un triangle isocèle en **E** et que **(EK)** est perpendiculaire à **(FG)** donc **(EK)** est en même temps hauteur et médiane du segment **[FG]**.

Donc **K** est le milieu de **[FG]**

a) Calculer la valeur exacte de **EK**. Donner une valeur approchée à **1 mm** près.

On a $\mathbf{KG} = \dfrac{\mathbf{FG}}{2} = \dfrac{5}{2} = 2,5 \text{ cm}$

D'après la propriété de Pythagore appliquée au triangle rectangle EKG.

on a : $EG^2 = EK^2 + KG^2$

$EK^2 = EG^2 - KG^2 = 6^2 - 2,5^2 = 29,75$

$EK = \sqrt{29,75}$

Soit **EK = 5, 4 cm** à **1 mm** près par défaut.

3) Soit **S** l'image de **E** par la translation de vecteur $\overrightarrow{KG}$

a) Placer le point **S** sur la figure.

b) Démontrer que **ESGK** est un rectangle.

Comme **S** est l'image de **E** par la translation de vecteur $\overrightarrow{KG}$ alors $\overrightarrow{ES} = \overrightarrow{KG}$.

Donc le quadrilatère **ESGK** est un parallélogramme.

De plus comme l'angle $\widehat{EKG}$ est droit alors **ESGK** est un rectangle.

PARTIE B

Compléter la figure en plaçant un point **P** sur un segment **[EG]** (ne pas placer **P** en **O**).

Tracer la parallèle à **(FG)** passant par **P**. Elle coupe **(EF)** en **R**.

On nomme **x** la longueur du segment **[EP]** exprimée en **cm**.

1) Préciser sans justifier la nature du triangle **EPR**.

Le triangle **EPR** est isocèle.

2) Démontrer que $PR = \frac{5}{6}x$.

Dans le triangle **EFG** les droites **(FG)** et **(PR)** sont parallèles
donc d'après la propriété de Thalès on a :

$$\frac{PR}{FG} = \frac{x}{EG} \quad \text{donc} \quad \frac{PR}{5} = \frac{x}{6}$$

d'où $PR = \frac{5}{6}x$

3) Exprimer en fonction de **x** le périmètre du triangle **EPR**.

Périmètre du triangle $EPR = 2x + \frac{5}{6}x$ soit $\frac{17}{6}x$

4) Démontrer que le périmètre du trapèze **RPGF** est égal à $\frac{-7x}{6} + 17$.

Périmètre du quadrilatère **RPGF** $= 2(6 - x) + \frac{5}{6}x + 5 = 12 - 2x + \frac{5}{6}x + 5$

Soit $-\frac{7}{6}x + 17$

5) Peut-on trouver une position du point **P** sur **[EG]** pour laquelle le triangle et le trapèze aient le même périmètre ? Justifier la réponse.

La position du point **P** sur **[EG]** dans laquelle le triangle et le trapèze ont le même périmètre est telle que:

$\frac{17}{6}x = -\frac{7}{6}x + 17$ $\quad$ $\frac{17}{6}x + \frac{7}{6}x = 17$ $\quad$ $\frac{24}{6}x = 17$

$4x = 17$ $\quad$ $x = \frac{17}{4}$ $\quad$ Soit **[EP] = 4, 25 cm**