Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

1. **A** $= \dfrac{7}{9} \div \left(\dfrac{1}{3} - 2 \right)$

A $= \dfrac{7}{9} \div \left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{6}{3} \right)$

A $= \dfrac{7}{9} \div \dfrac{-5}{3}$

A $= \dfrac{7}{9} \times \dfrac{-3}{5}$

A $= - \dfrac{7 \times 3}{3 \times 3 \times 5}$

$\boxed{A = - \dfrac{7}{15}}$

B $= \dfrac{7 \times (7^{-2})^{-4}}{7^{11}}$

B $= \dfrac{7 \times 7^{8}}{7^{11}}$

B $= \dfrac{7^{1+8}}{7^{11}}$

B $= \dfrac{7^{9}}{7^{11}}$

B $= \dfrac{7^{9} \times 1}{7^{9} \times 7^{2}}$

$\boxed{B = \dfrac{1}{49}}$

2. **C** $= 3\sqrt{54} - 7\sqrt{6} - \sqrt{2} \times \sqrt{12}$

C $= 3\sqrt{9 \times 6} - 7\sqrt{6} - \sqrt{2} \times \sqrt{2 \times 12}$

C $= 3 \times 3 \times \sqrt{6} - 7\sqrt{6} - \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{6}$

C $= 9\sqrt{6} - 7\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$

C $= 0$ et $0 \in \mathbb{Z}$

Exercice 2 :

Soit D $= (3x + 5)(2 - x) - (2 - x)^2$

1. D $= (3x + 5)(2 - x) - (2 - x)^2$

D $= 6x - 3x^2 + 10 - 5x - (4 - 4x + x^2)$

D $= 6x - 3x^2 + 10 - 5x - 4 + 4x - x^2$

$\boxed{D = -4x^2 + 5x + 6}$

2. D $= (3x + 5)(2 - x) - (2 - x)^2$

D $= (3x + 5)(2 - x) - (2 - x)(2 - x)$

D $= (2 - x)[(3x + 5) - (2 - x)]$

D $= (2 - x)(3x + 5 - 2 + x)$

$\boxed{D = (2 - x)(4x + 3)}$

3. $(2 - x)(4x + 3) = 0$

Un produit de facteurs est nul si (et seulement si) l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc on a $2 - x = 0$ ou $4x + 3 = 0$

$x = 2$ ou $x = \dfrac{-3}{4}$

Conclusion : les solutions de cette équation sont 2 et $\dfrac{-3}{4}$

<u>Exercice 3</u> :

1. Nombre de voitures étrangères (en milliers) = 2 134 – (602 + 262 + 398)
= 872

Fréquence = $\frac{872}{2\ 134}$ Fréquence ≈ 0,408 Fréquence ≈ 41 %

La fréquence des ventes pour les voitures de marques étrangères est de 41 %.

2. Nombre de voitures françaises = 602 + 262 + 398
= 1 262

% de Renault dans les françaises = $\frac{602}{1\ 262}$
≈ 0,48
≈ 48

Il y a environ 48 % de voitures vendues parmi les voitures françaises qui sont de marque Renault.

<u>Exercice 4</u> :

1. $\begin{cases} x - y = 24 \\ x - 3y = 16 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 24 + y \\ 24 + y - 3y = 16 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 24 + y \\ -2y = -8 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 24 + y \\ y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 28 \\ y = 4 \end{cases}$

Conclusion : le couple (x ; y) solution de ce système est le couple (28;4)

2. Soit x le plus grand nombre et y le plus petit.

La différence de deux nombres est 24 donc $x - y = 24$.

Si on augmente l'un et l'autre de 8, on obtient deux nouveaux nombres dont le plus grand est le triple du plus petit donc $x + 8 = 3 (y + 8)$

C'est à dire $x + 8 = 3y + 24$ $x - 3y = 24 - 8$ $x - 3y = 16$

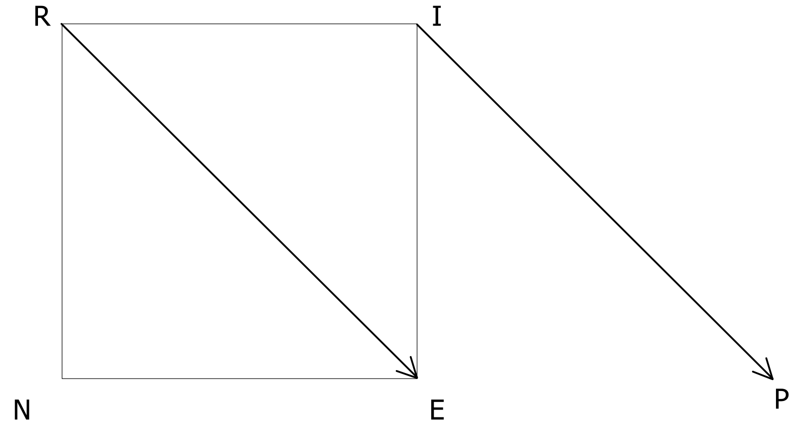
On doit donc résoudre le système $\begin{cases} x - y = 24 \\ x - 3y = 16 \end{cases}$.

D'après la question 1., on obtient $\begin{cases} x = 28 \\ y = 4 \end{cases}$

<u>Conclusion</u> : les deux nombres cherchés sont donc 28 et 4.

Activités géométriques : 12 points

Exercice 1 :



$\overrightarrow{RE} + \overrightarrow{EI} = \overrightarrow{\mathbf{RI}}$ (relation de Chasles)

$\overrightarrow{NR} + \overrightarrow{IP} = \overrightarrow{NR} + \overrightarrow{RE}$

$= \overrightarrow{NE}$

$\overrightarrow{RN} + \overrightarrow{RI} = \overrightarrow{RE}$

Exercice 2 :

1. Dans le triangle RNT rectangle en T, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$RT^2 + RN^2 = NT^2$$
$$RT^2 + 9^2 = 10{,}2^2$$
$$RT^2 + 81 = 104{,}04$$
$$RT^2 = 104{,}04 - 81$$
$$RT^2 = 23{,}04$$
$$RT = \sqrt{23{,}04}$$
$$\boxed{RT = 4{,}8 \text{ cm}}$$

2. Les droites (RN) et (RT) sont sécantes en R.
Les points R,A et N sont alignés dans le même ordre que les points R,B et T.

$\dfrac{RA}{RN} = \dfrac{6}{9}$ $\qquad$ $\dfrac{RB}{RT} = \dfrac{4{,}8 - 1{,}6}{4{,}8}$

$\dfrac{RA}{RN} = \dfrac{2}{3}$ $\qquad$ $\dfrac{RB}{RT} = \dfrac{2}{3}$

Donc $\dfrac{RA}{RN} = \dfrac{RB}{RT}$. Alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (NT) sont parallèles.

3. Dans le triangle RNT rectangle en R, on a :

$\cos \widehat{RNT} = \dfrac{RN}{RT}$ $\qquad$ $\cos \widehat{RNT} = \dfrac{9}{10{,}2}$ $\qquad$ $\widehat{RNT} \approx 28\ °$

Exercice 3 :

1. Les droites (SK) et (SA) sont sécantes en S.
$I \in (SK)$ et $B \in (SA)$.
De plus, les droites (BI) et (KA) sont parallèles.
Alors, d'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{SA}{SB} = \dfrac{SK}{SI} = \dfrac{AK}{BI}$

$\dfrac{SK}{SI} = \dfrac{AK}{BI}$ $\qquad$ $\dfrac{6}{4} = \dfrac{4{,}5}{BI}$ $\qquad$ $BI = \dfrac{4{,}5 \times 4}{6}$ $\qquad$ $\boxed{BI = 3 \text{ cm}}$

2. $V_1 = \dfrac{\pi \times KA^2 \times SK}{3}$ $\qquad$ $V_1 = \dfrac{\pi \times 4{,}5^2 \times 6}{3}$ $\qquad$ $V_1 = 40{,}5\,\pi$ $\qquad$ $V_1 \approx 127 \text{ cm}^3$.

3. coefficient de réduction $= \dfrac{SI}{SK} = \dfrac{2}{3}$

Donc $V_2 = V_1 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^3$ $\qquad$ $V_2 = \dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{27}} \times V_1$

Problème : 12 points

Partie 1

Par lecture graphique (voir feuille annexe).
Dans le repère orthonormal (O,I,J) d'unité le centimètre.

1. a. f : $x \longmapsto 2x$ .f est une fonction linéaire.

b. f(1) = 2. (Δ_1) est la droite passant par l'origine et par le point de coordonnées (1;2). C'est donc bien la représentation graphique de cette fonction. Justifier.

2. a. A(2;0)

b. B (0;4)

c. g est affine donc g(x) = ax + b. Comme (Δ_2) est la représentation graphique et qu'elle passe par A(2;0) et par B(0;4), on a donc g(2) = 0 et g(0) = 4.

g(0) = 4 donc b = 4
g(2) = 0 donc 2a + b = 0 2a + 4 = 0 2a = -4 a = -2

Alors $\boxed{g : x \longmapsto -2x + 4}$

d. g(3) = **-2** g(x) = - 4 pour x = **4**

Partie 2

Dans le repère orthonormal (O, I, J) d'unité le centimètre.

1. a. Placer les points R (-7 ; -2) F (-5 ; 2) et V (-3 ; -4).

b. $\overrightarrow{RF}\begin{pmatrix}-5-(-7)\\2-(-2)\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{RF}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$

c. RF = $\sqrt{(x_F - x_R)^2 + (y_F - y_R)^2}$
RF = $\sqrt{2^2 + 4^2}$
RF = $\sqrt{20}$
RF = $\sqrt{4 \times 5}$
RF = $2\sqrt{5}$.

d. RV = $\sqrt{20}$
RV = $2\sqrt{5}$ on a donc RV = RF. Le triangle RFV est isocèle en R.

VF² = $(2\sqrt{10})^2$ RF² + RV² = $(\sqrt{20})^2 + (\sqrt{20})^2$
VF² = 4×10 RF² + RV² = 20 + 20
VF² = 40 RF² + RV² = 40

Donc RF² + RV² = VF²
Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RFV est rectangle en R.

Finalement le triangle RFV est rectangle isocèle en R.

2. K $\left(\dfrac{x_F + x_V}{2} , \dfrac{y_F + y_V}{2}\right)$ $\boxed{K\ (-4;-1)}$

3. a. Le triangle RFV est rectangle en R donc son cercle circonscrit a pour centre le milieu de son hypoténuse [FV], c'est à dire le point K ; et pour rayon la moitié de son hypoténuse c'est à dire $\frac{FV}{2}$ qui vaut $\sqrt{10}$.

b. N est symétrique de R par rapport à K donc K est le milieu de [RN]. Comme c'est aussi le milieu de [FV], on en déduit que RFNV est un parallélogramme.
Comme le triangle RFV est rectangle isocèle en R, le parallélogramme RFNV possède donc deux côtés consécutifs de même mesure et un angle droit. Alors RFNV est aussi un losange et un rectangle donc un carré.

c. Périmètre de RFNV = $4 \times$ RF
Périmètre de RFNV = $4 \times 2\sqrt{5}$
$\boxed{\text{Périmètre de RFNV} = 8\sqrt{5}\text{ cm}}$

Aire de RFNV = RF ²
$\boxed{\text{Aire de RFNV} = 20\text{ cm}^2}$

4. RFNV est un carré. Or dans un carré, les diagonales sont perpendiculaires. On a donc $\widehat{RKV} = 90°$.
P appartient au cercle ($\mathscr{C}$), donc l'angle $\widehat{RPV}$ est inscrit dans ce cercle. Il mesure donc la moitié de son angle au centre associé, c'est à dire la moitié de $\widehat{RKV}$ soit 45°.