Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

1. A$= \frac{5}{3} + \frac{11}{2} \times \frac{1}{33}$

A $= \frac{5}{3} + \frac{11 \times 1}{2 \times 11 \times 3}$

A $= \frac{5}{3} + \frac{1}{6}$

A $= \frac{10}{6} + \frac{1}{6}$

$\boxed{A = \frac{11}{6}}$

2. B $= \frac{24 \times 10^{2} \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-10}}$

B $= \frac{24}{8} \times 10^{2-5-(-10)}$

$\boxed{B = 3 \times 10^{7}}$

3. On calcule le PGCD de 357 et 595 avec l'algorithme d'Euclide.

595 = 357 × 1 + 238
357 = 238 × 1 + 119
238 = 119 × 2 donc PGCD (595;357) = 119

On simplifie la fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur pour la rendre irréductible.

C $= \frac{357}{595}$ C $= \frac{119 \times 3}{119 \times 5}$ $\boxed{C = \frac{3}{5}}$

Exercice 2 :

E $= (2x - 3)^2 - 16$

1. E $= (2x - 3)^2 - 16$
E $= 4x^2 - 12x + 9 - 16$
$\boxed{E = 4x^2 - 12x - 7}$

2. E $= (2x - 3)^2 - 16$
E $= (2x - 3)^2 - 4^2$
E $= (2x - 3 + 4)(2x - 3 - 4)$
$\boxed{E = (2x + 1)(2x - 7)}$

3. Si $x = 0$ alors E $= (2 \times 0 - 3)^2 - 16$
E $= 9 - 16$
$\boxed{E = -7}$

4. $(2x + 1)(2x - 7) = 0$

Un produit de facteurs est nul si (et seulement si) l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc $2x + 1 = 0$ ou $2x - 7 = 0$
$x = -\frac{1}{2}$ ou $x = \frac{7}{2}$

Conclusion : les solutions de l'équation sont $-\frac{1}{2}$ et $\frac{7}{2}$.

Exercice 3 :

1. Nouveau prix = 80% du prix initial
= 0,8 × 380
= 304

Le nouveau prix de l'armoire est 304 €.

2.

Prix (€)	380	114
%	100	x

$x = \frac{114 \times 100}{380}$

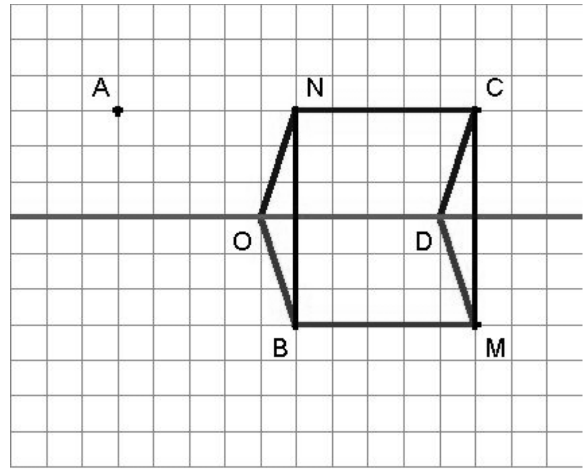
$x = 30$

Donc le pourcentage de la réduction faite sur le prix initial est de 30 %.

Activités géométriques : 12 points

Exercice 1 :

1. L'image du quadrilatère ODMB par la symétrie d'axe (OD) est le quadrilatère ODCN.



2. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AN}$ $\qquad$ $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BA}$ $\qquad$ $\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{ND}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BA}$

3. L'image du triangle NOB par la translation de vecteur $\overrightarrow{AN}$ est le triangle CDM.

Exercice 2 :

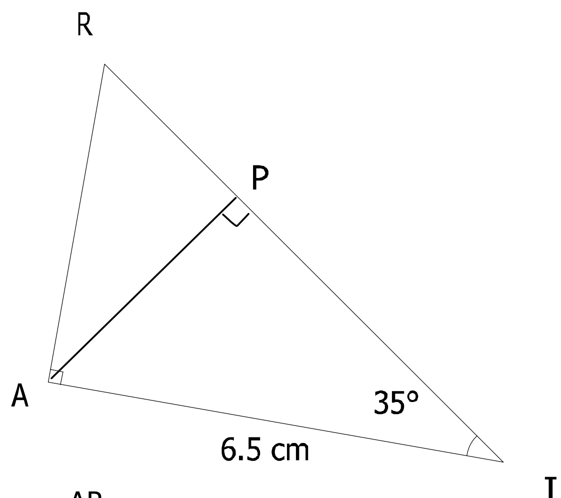
1. MNP est rectangle en N donc (PN) ⊥(MN)
(IJ)⊥(MN) par hypothèse.

Si deux droites (PN) et (IJ) sont perpendiculaires à une même troisième (MN) alors elles sont parallèles entre elles. Donc (PN) // (IJ)

2. Dans le triangle MPN, I $\in$ [MN] et J $\in$ [MP]. De plus les droites(PN) et (IJ) sont parallèles. Alors d'après le théorème de Thalès, on a $\frac{MJ}{MP} = \frac{MI}{MN}$ soit $\frac{MJ}{25} = \frac{8}{15}$ d'où $MJ = \frac{8 \times 25}{15}$ $\boxed{MJ \approx 13,3}$

Exercice 3 :

1.



2. $\tan \widehat{AIR} = \frac{AR}{AI}$ donc $\tan 35° = \frac{AR}{6,5}$ soit $AR = 6,5 \times \tan 35°$ $\boxed{AR \approx 4,6 \text{ cm}}$

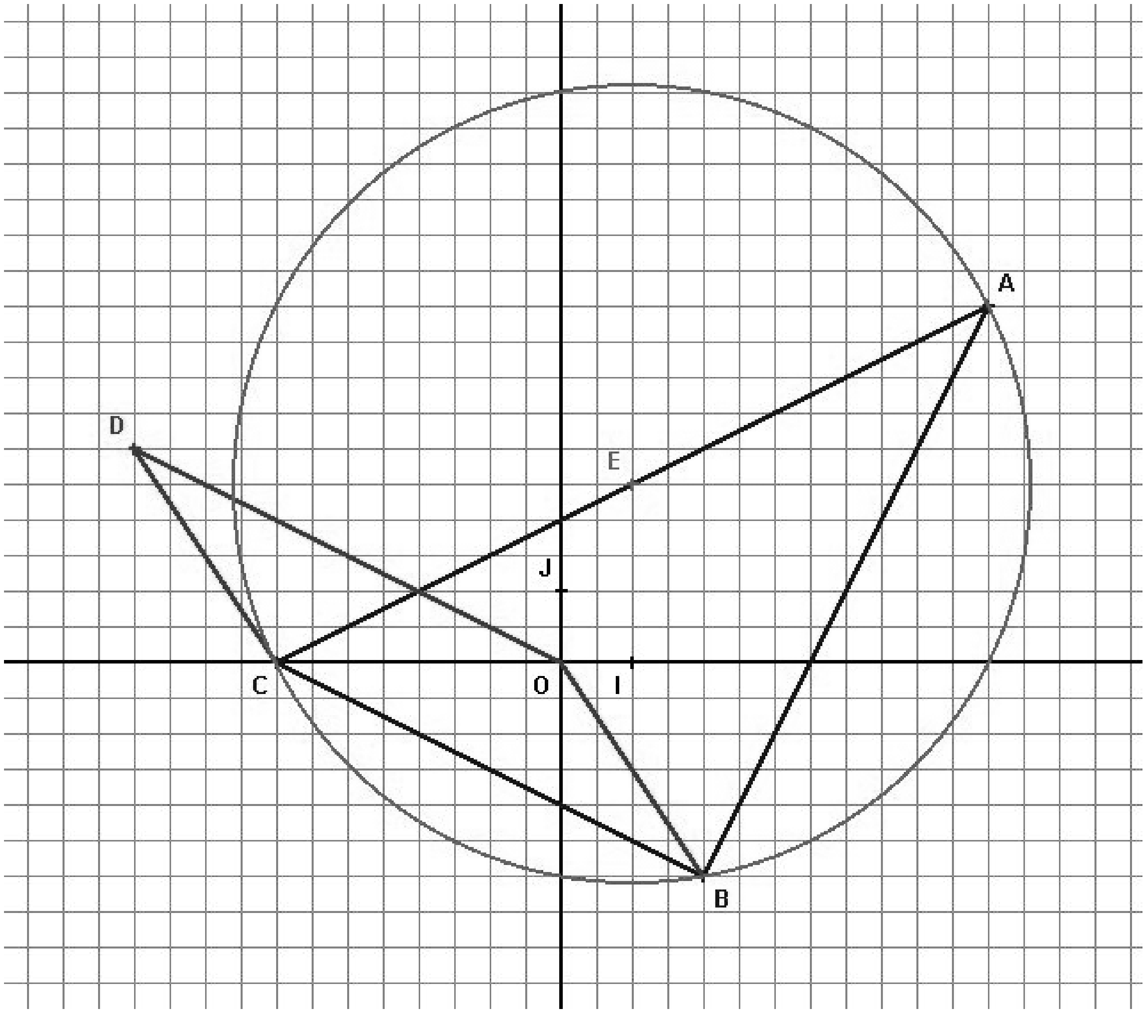
3. Dans le triangle PAI rectangle en I on a $\sin \widehat{AIP} = \frac{AP}{AI}$ donc $\sin 35° = \frac{AP}{6,5}$

Donc $AP = 6,5 \times \sin 35°$ $\boxed{AP \approx 3,7 \text{ cm}}$

Problème : 12 points

Partie A

1.



2. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$AB = \sqrt{(2-6)^2 + (-3-5)^2}$

$AB = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2}$

$AB = \sqrt{80}$

$AB = \sqrt{16 \text{ X } 5}$

$\boxed{AB = 4\sqrt{5} \text{ cm}}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$

$BC = \sqrt{(-4-2)^2 + (0+3)^2}$

$BC = \sqrt{(-6)^2 + 3^2}$

$BC = \sqrt{45}$

$BC = \sqrt{9 \times 5}$

$\boxed{BC = 3\sqrt{5} \text{ cm}}$

$CA = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$

$CA = \sqrt{(6+4)^2 + (5-0)^2}$

$CA = \sqrt{10^2 + 5^2}$

$CA = \sqrt{125}$

$CA = \sqrt{25 \times 5}$

$\boxed{CA = 5\sqrt{5} \text{ cm}}$

3. $CA^2 = 125$ et $AB^2 + BC^2 = 80 + 45$

$= 125$

Donc $CA^2 = AB^2 + BC^2$. Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC rectangle en B.

4. $P = AB + BC + CA$

$P = 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

$\boxed{P = 12\sqrt{5} \text{ cm}}$

5. $S = \dfrac{AB \times BC}{2}$

$S = \dfrac{4\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}}{2}$

$S = \dfrac{60}{2}$

$\boxed{S = 30 \text{ cm}^2}$

Partie B

1. $\overrightarrow{BC}\ (x_C - x_B\ ;\ x_C - x_B)$ $\overrightarrow{BC}\ (-4 - 2\ ;\ 0 + 3)$ $\overrightarrow{BC}\ (-6\ ;\ 3)$

2. a. Les coordonnées du point D sont (-6 ; 3).

b. E est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC rectangle en B, donc E est le milieu de l'hypoténuse [AC].

$x_E = \dfrac{x_A + x_C}{2}$ $y_E = \dfrac{y_A + y_C}{2}$

$x_E = \dfrac{6 - 4}{2}$ $y_E = \dfrac{5 - 0}{2}$

$x_E = 1$ $y_E = 2{,}5$ donc E (1 ; 2,5)

c. $ED = \sqrt{(x_D - x_E)^2 + (y_D - y_E)^2}$ $EA = \sqrt{(x_A - x_E)^2 + (y_A - y_D)^2}$

$ED = \sqrt{(-6 - 1)^2 + (3 - 2{,}5)^2}$ $EA = \sqrt{(6 - 1)^2 + (5 - 2{,}5)^2}$

$ED = \sqrt{(-7)^2 + (0{,}5)^2}$ $EA = \sqrt{(5)^2 + (2{,}5)^2}$

$ED = \sqrt{49 + 0{,}25}$ $EA = \sqrt{25 + 6{,}25}$

$ED = \sqrt{49{,}25}$ $EA = \sqrt{31{,}25}$

ED ≠ EA donc le point D n'appartient pas au cercle ($\mathscr{C}$) de centre E.