

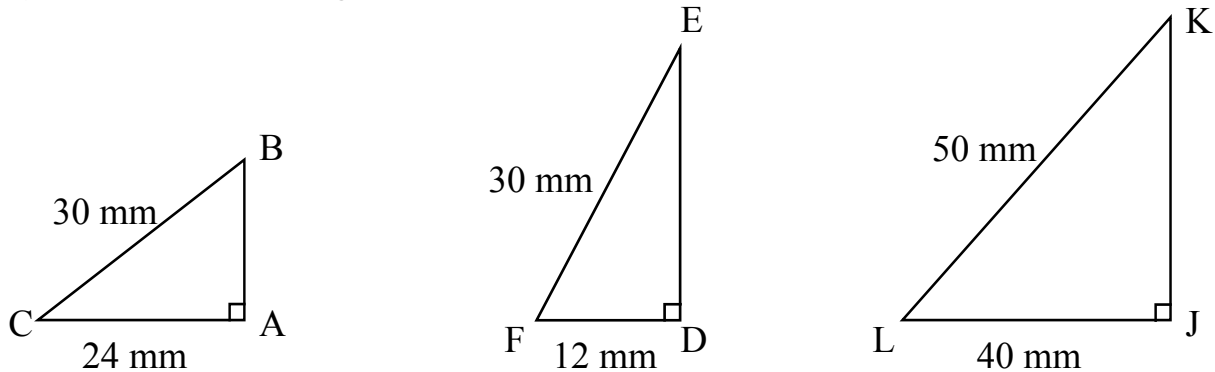
Relations trigonométriques dans le triangle rectangle

- Objectifs :**
- déterminer une valeur du sinus, du cosinus ou de la tangente d'un angle
 - donner la mesure d'un angle à partir de son sinus, cosinus ou de sa tangente
 - déterminer, dans un triangle **rectangle**, la mesure d'un angle ou d'un côté

1 : Sinus, Cosinus et tangente

3.1 : Activité

a) Construire les triangles suivants :



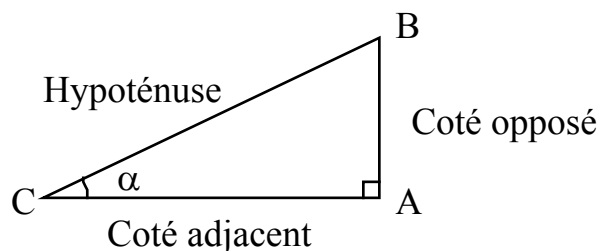
b) Mesurer les angles C, F et L à l'aide du rapporteur

c) Calculer les rapports $\frac{CA}{CB}$, $\frac{FD}{FE}$ et $\frac{LJ}{LK}$

Réponse :

$$\begin{array}{lcl} C = 37^\circ & ; & F = 66^\circ & ; & L = 37^\circ \\ CA/CB = 0,8 & ; & FD/FE = 0,4 & ; & LJ/LK = 0,8 \end{array}$$

1.2 : Retenons



Dans un triangle **rectangle**, le **cosinus** d'un angle est égal au rapport du côté adjacent sur l'hypoténuse.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Dans un triangle **rectangle**, le **sinus** d'un angle est égal au rapport du côté opposé sur l'hypoténuse.

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

Dans un triangle **rectangle**, la **tangente** d'un angle est égal au rapport du coté opposé sur le coté adjacent.

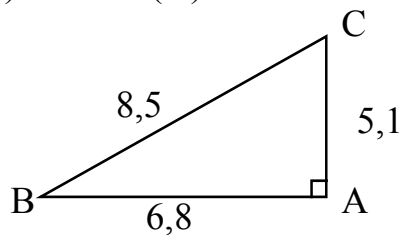
$$\tan(\alpha) = \frac{\text{coté opposé}}{\text{coté adjacent}}$$

1.3 : Application

ABC est un triangle rectangle en A.

Refaire le dessin.

Calculer : $\cos(\widehat{B})$ $\sin(\widehat{B})$ $\tan(\widehat{B})$
 $\cos(\widehat{C})$ $\sin(\widehat{C})$ $\tan(\widehat{C})$



Réponse :

$$\begin{array}{lll} \cos(\widehat{B}) = 0,8 & \sin(\widehat{B}) = 0,6 & \tan(\widehat{B}) = 0,75 \\ \cos(\widehat{C}) = 0,6 & \sin(\widehat{C}) = 0,8 & \tan(\widehat{C}) = 4/3 \end{array}$$

2 : Utilisation de la machine à calculer

2.1 : Retenons

On veut déterminer, à l'aide d'une calculatrice, la valeur du sinus, du cosinus ou de la tangente d'un **angle donné** :

- * vérifier que la calculatrice est en mode degré
 - * pour calculer ensuite le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle, on tape la valeur de l'angle, puis on appuie sur la touche **SIN**, **COS** ou **TAN** de la machine.
- Attention, pour certaines machines, il faut faire l'opération en sens inverse .

On veut déterminer, à l'aide d'une calculatrice, la valeur d'un angle aigu dont la valeur du sinus, du cosinus ou de la tangente est **donné** :

- * vérifier que la calculatrice est en mode degré
- * pour calculer ensuite la valeur de l'angle, si l'on connaît par exemple le sinus, on introduit la valeur du sinus, puis on appuie sur la touche **INV SIN** (**ASIN** ou **SIN⁻¹**)

2.2 : Application

a) Compléter le tableau suivant (arrondir au millième)

| Valeur de l'angle a | 0 ° | 15 ° | 30 ° | 45 ° | 60 ° | 75 ° | 90 ° |
|---------------------|-----|------|------|------|------|------|------|
| sin a | | | | | | | |
| cos a | | | | | | | |
| tan a | | | | | | | |

Réponse :

| | | | | | | |
|---------------------|---|------|------|------|------|------|
| Valeur de l'angle a | 0 | 15 | 30 | 60 | 75 | 90 |
| sin a | 0 | 0,26 | 0,50 | 0,87 | 0,97 | 1,00 |
| cos a | 1 | 0,97 | 0,87 | 0,50 | 0,26 | 0,00 |
| tan a | 0 | 0,27 | 0,58 | 1,73 | 3,73 | |

b) Compléter le tableau suivant (arrondir au dixième)

| | | | | | | | |
|--------------------------|--------|------|-----|--------|--------|--------|---|
| Sin a | 0,2312 | 0,45 | 0,5 | 0,7452 | 0,8453 | 0,9785 | 1 |
| Valeur de l'angle a (°) | | | | | | | |

Réponse :

| | | | | | | | |
|--------------------------|--------|------|------|--------|--------|--------|------|
| Sin a | 0,2312 | 0,45 | 0,5 | 0,7452 | 0,8453 | 0,9785 | 1 |
| Valeur de l'angle a (°) | 13,4 | 26,7 | 30,0 | 48,2 | 57,7 | 78,1 | 90,0 |

c) Compléter le tableau suivant (arrondir au dixième)

| | | | | | | | |
|--------------------------|---|--------|------|-----|--------|--------|---|
| Cos a | 0 | 0,2312 | 0,45 | 0,5 | 0,8453 | 0,9785 | 1 |
| Valeur de l'angle a (°) | | | | | | | |

Réponse :

| | | | | | | | |
|--------------------------|----|--------|------|------|--------|--------|-----|
| Cos a | 0 | 0,2312 | 0,45 | 0,5 | 0,8453 | 0,9785 | 1 |
| Valeur de l'angle a (°) | 90 | 76,6 | 63,3 | 60,0 | 32,3 | 11,9 | 0,0 |

d) Compléter le tableau suivant (arrondir au dixième)

| | | | | | | | |
|--------------------------|---|-----|-----|------|---|---|-----|
| tan a | 0 | 0,5 | 0,8 | 0,98 | 3 | 6 | 921 |
| Valeur de l'angle a (°) | | | | | | | |

Réponse :

| | | | | | | | |
|--------------------------|---|------|------|------|------|------|------|
| tan a | 0 | 0,5 | 0,8 | 0,98 | 3 | 6 | 921 |
| Valeur de l'angle a (°) | 0 | 26,6 | 38,7 | 44,4 | 71,6 | 80,5 | 89,9 |

3 : Calculs d'éléments d'un triangle rectangle

3.1 : Retenons

* Calcul d'un angle connaissant les longueurs de deux côtés :

- calculer, en fonction des 2 côtés connus, le sinus, le cosinus ou la tangente.

- à l'aide de la calculatrice, utiliser la touche SIN^{-1} , COS^{-1} ou TAN^{-1} suivant ce qui a été déterminé.

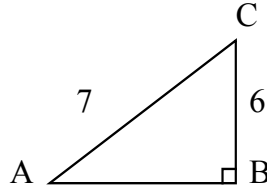
* Calcul d'un côté connaissant un angle et la longueur d'un autre côté :

- choisir la fonction trigonométrique qui permet d'exprimer l'angle et le côté connus, ainsi que le côté recherché

- résoudre l'équation

3.2 : Application

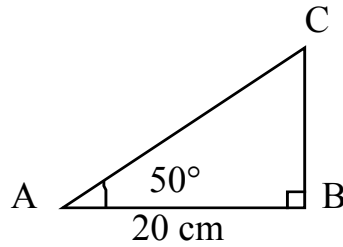
a) Dans le triangle ABC, on donne $AC = 7$ et $BC = 6$. Calculer la mesure de l'angle A.



Réponse :

$$\hat{A} = 59^\circ$$

b) Dans le triangle ABC, on donne $AB = 20$ cm et $\hat{A} = 50^\circ$. Calculer la mesure du côté BC.

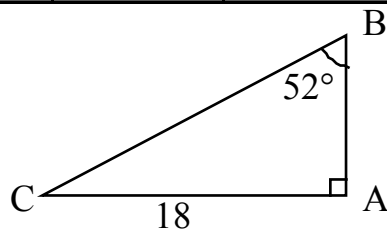


Réponse :

$$BC = 23,8 \text{ cm}$$

c) Compléter le tableau :

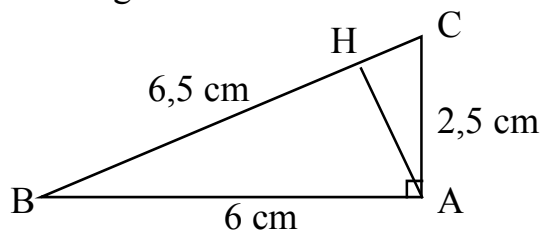
| A | B | C | AB | AC | BC |
|----|----|---|----|----|----|
| 90 | 52 | | | | |



Réponse :

| A | B | C | AB | AC | BC |
|------------|------------|------------|-------|----|-------|
| 90° | 52° | 38° | 14,06 | 18 | 22,84 |

d) On considère le triangle rectangle ABC.



Calculer : $\cos(\hat{B})$ $\sin(\hat{B})$ $\tan(\hat{B})$

Montrer que dans le triangle ABH, on a :

$$\sin(\hat{B}) = \frac{AH}{AB}$$

En déduire la longueur de AH.

Réponse :

$$\cos(\widehat{B}) = 0,923$$

$$\sin(\widehat{B}) = 0,385$$

$$\tan(\widehat{B}) = 0,417$$

$$\sin(\widehat{B}) = 5/13$$

$$AH/AB = 5/13$$

$$AH = 5/13 \times AB$$

$$AH = 2,3 \text{ cm}$$