3° : (Activité préparatoire) FONCTIONS AFFINES

DEFINITION :

Les fonctions représentées graphiquement par des **droites** s'appellent des fonctions **affines**.
Une fonction **affine** est donc une fonction dont la **courbe** représentative **d'équation** y **= f(**x**)** est une **droite**.
Lorsque cette **droite passe par l'origine du repère**, on est en présence d'une fonction affine particulière, on dit que la fonction est **linéaire** et elle traduit une situation de **proportionnalité**.
Enfin, lorsque cette droite est **horizontale**, on est en présence d'une fonction affine particulière, on dit que la fonction est **constante**.

PROPRIETE 1 :

Si **f est une fonction affine**, alors **l'image d'un nombre** x peut se calculer grâce à une expression du type **a**x **+ b** où a et b sont des nombres relatifs. Si **b = 0**, la fonction est **linéaire** et si **a = 0**, elle est **constante**.
Autrement dit, les **équations des droites**, courbes représentatives des fonctions affines, sont toutes de la forme y **= a**x **+ b**. Pour une **droite passant par l'origine du repère** l'équation est de la forme y **= a**x et pour une **droite horizontale**, elle est de la forme y **= b**.

ÉBAUCHE DE DEMONSTRATION :

On considère une fonction affine non constante représentée graphiquement par une droite (D).
On note b l'ordonnée du point d'intersection B de la droite avec l'axe des ordonnées et B' le point de coordonnées (1 ; b). On appelle A le point de la droite d'abscisse 1.

Exprimer MH à l'aide de y et de b : MH = ...
Compléter :
Les droites (MA) et (HB') sont sécantes en .....

De plus, les droites (AB') et (HM) sont ....

Donc, d'après la propriété de ....

$$\frac{......}{......} = \frac{......}{......} = \frac{......}{......}$$

En substituant par :

BB' = ... ; AB' = ... ; BH = ... et MH = ... ;

On obtient : $\frac{...................}{...................} = \frac{...................}{...................}$

L'égalité des produits en .... donne alors : .... = ...Donc y = ...

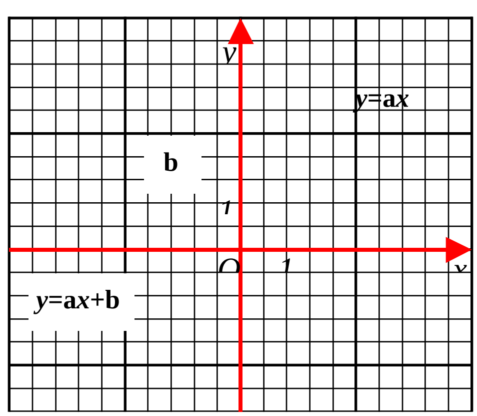
PROPRIETE 2 : *(Réciproque de la propriété 1)*

Si f est une fonction définie par une **expression de la forme f(**x**) = a**x + b, alors **f est une fonction affine** et sa **courbe** représentative est une **droite** dont une **équation est** y **= a**x **+ b**.

ÉBAUCHE DE DEMONSTRATION :

Examinons le procédé de calcul de l'image d'un nombre défini par une fonction de la forme f(x) = ax + b.

Les priorités opératoires donnent :
x _ _ _ _ .... _ _ _ _ .... = f(x).
Une telle fonction est donc constituée d'une partie .... puis d'une partie ....
La partie .... , représentative d'une situation de ....se traduit graphiquement par des points .... avec l'.................. du repère, par une ....
Rajouter ensuite le nombre b revient à construire l'image de cette droite par la .... verticale de vecteur de coordonnées (.... ; .....).
L'image d'une droite par une translation est une ....



SYNTHESE :

Parmi les fonctions, les fonctions affines sont celles qui sont définies par des expressions de la forme f(x) = ax + b et représentées graphiquement par des droites d'équation y = ax + b (où a et b sont des nombres relatifs).
Le nombre a s'appelle le coefficient directeur où la pente de la droite.
Le nombre b s'appelle l'ordonnée à l'origine de la droite.

Parmi les fonctions affines, les fonctions linéaires sont celles qui sont définies par des expressions de la forme f(x) = ax et représentées graphiquement par des droites d'équation y = ax (où a est un nombre relatif). Elles traduisent des situations de proportionnalité et la droite passe par l'origine du repère.

Parmi les fonctions affines, les fonctions constantes sont celles qui sont définies par des expressions de la forme f(x) = b et représentées graphiquement par des droites d'équation y = b (où b est un nombre relatif). La droite est horizontale dans ce cas-là.

Application :
Une société de location d'avions de tourisme propose, pour un modèle d'avion donné et pour une journée de location maximum, trois tarifs :

Tarif 1 : 600 ¤ l'heure de vol.
Tarif 2 : Un versement de 2 000 ¤ auquel s'ajoute 350 ¤ par heure de vol.
Tarif 3 : Un forfait de 8 300 ¤ quel que soit le nombre d'heures de vol effectuées dans la journée.

On note f, g et h les fonctions qui font correspondre au nombre x d'heures de vol dans la journée (x est un nombre compris entre 0 et 24), le prix de revient selon les trois tarifs.

1/ Compléter :

Nombre d'heures de vol.	0	10	20	24	x	Nature de la fonction	Courbe représentative
Tarif 1					f(x) =		.... d'équation : y = ...
Tarif 2					g(x) =		.... d'équation : y = ...
Tarif 3					h(x) =		.... d'équation : y = ...

2/ Construire dans un repère orthogonal les segments représentatifs des fonctions f, g et h.
Dans ce repère :
1 cm représente 2 h sur l'axe des abscisses et 1 cm représente 1 000 ¤ sur l'axe des ordonnées.

3/ Déterminer graphiquement en <u>laissant les traits de lecture graphique</u> :

a/ Le nombre d'heures de vol à partir duquel le tarif 2 devient plus intéressant que le tarif 1 :
……………………………………………………………………………………………… .

b/ Le nombre d'heures de vol à partir duquel le tarif 3 devient plus intéressant que le tarif 2 :