1. Applications linéaires

Lorsque deux quantités sont proportionnelles, on ***applique*** *le même procédé de calcul pour toutes les valeurs possibles de l'une ou l'autre de ces quantités.*

On appelle ***application linéaire*** *ce procédé de calcul.*
Il consiste à multiplier les valeurs de l'une des deux quantités par un coefficient constant.

$$x \longmapsto y = kx$$

´ *k*

<u>Vocabulaire</u> :
y est ***l'image*** *de x par l'application linéaire.*
x est ***l'antécédent*** *de y par l'application linéaire.*
k est le ***coefficient*** *de l'application linéaire.*
Si y est l'image de x, le couple (x ; y) forment un couple de ***valeurs associées****.*
Si (x ; y) est un couple de valeurs associées, on peut ***calculer le coefficient*** *de l'application linéaire en divisant y par x .* $k = \frac{y}{x}$
Des exemples simples d'application linéaire sont utilisés depuis longtemps.
Les ***tables de multiplication*** *sont des exemples d'utilisation d'applications linéaires.*
Par exemple la table de 7 :

Le nombre	*est multiplié par*	*et a pour image*
1	*7*	*7*
2	*7*	*14*
3	*7*	*21*
4	*7*	*28*
5	*7*	*35*
6	*7*	*42*
7	*7*	*49*
8	*7*	*56*
9	*7*	*63*
10	*7*	*70*

7 est le coefficient de l'application linéaire.
42 est l'image de 6.
8 est l'antécédent de 56.
(9 ; 63) sont deux valeurs associées.

La table de multiplication par 7 habituelle ne concerne que les nombres entiers de 1 à 10.
Alors que l'application linéaire de coefficient 7 concerne ***tous les nombres****.*
- 42 est l'image de - 6.
3,2 est l'antécédent de 22,4.

2. Représentations graphiques

Dans un repère orthonormé, les couples de valeurs associées par une application linéaire forment les couples de coordonnées de points.

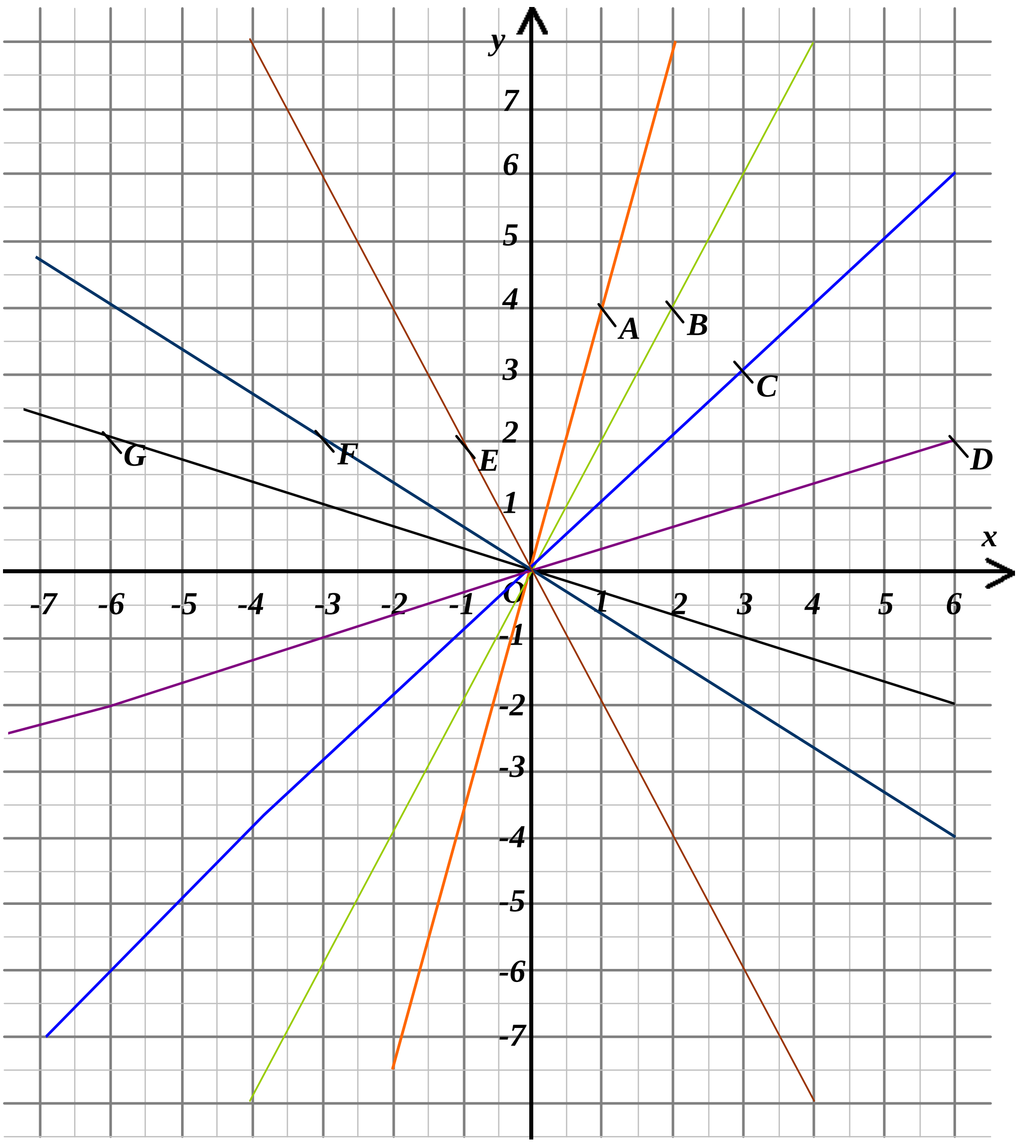
Pour une même application linéaire, ***les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine.***

En effet, l'image de 0 est toujours 0. Donc le point (0 ; 0) qui est l'origine du repère est un point de toutes les représentations graphiques d'application linéaire.

Pour obtenir la droite qui représente une application linéaire, il suffit de connaître un second point puisque deux points suffisent pour tracer une droite.

N'importe quel couple de valeurs associées convient, mais il y en a un qui est plus simple à connaître que tous les autres ;c'est le point qui a pour coordonnées 1 et son image qui n'est autre que le coefficient k de l'application.

***Conclusion** : Une application linéaire est représentée graphiquement par la droite (OK) où O est l'origine du repère, et K le point de coordonnées (1 ; k).*



Pour déterminer l'application linéaire associée à une droite passant par l'origine, il suffit de connaître les coordonnées d'un point de cette droite.
Par exemple :
A a pour coordonnées (1 ; 4). Le coefficient de l'application linéaire associée à la droite (OA) est donc 4 ¸ 1 = 4. Cette application linéaire est y = 4x.

*4 est appelé le **coefficient directeur** ou **la pente** de la droite (OA).*

Droite	*Point*	*Coefficient directeur*	*Application linéaire associée*
(OB)	*B : (2 ; 4)*	*4 ¸ 2 = 2*	*y = 2x*
(OC)	*C : (3 ; 3)*	*3 ¸ 3 = 1*	*y = x*
(OD)	*D : (6 ; 2)*	*2 ¸ 6 = 1/3*	*y = 1/3 x*
(OE)	*E : (-1 ; 2)*	*2 ¸ (-1) = -2*	*y = -2 x*
(OF)	*F : (-3 ; 2)*	*2 ¸ (-3) = -2/3*	*y = - 2/3 x*
(OG)	*G : (-6 ; 2)*	*2 ¸ (-6) = -1/3*	*y = - 1/3 x*

3. Propriétés des applications linéaires

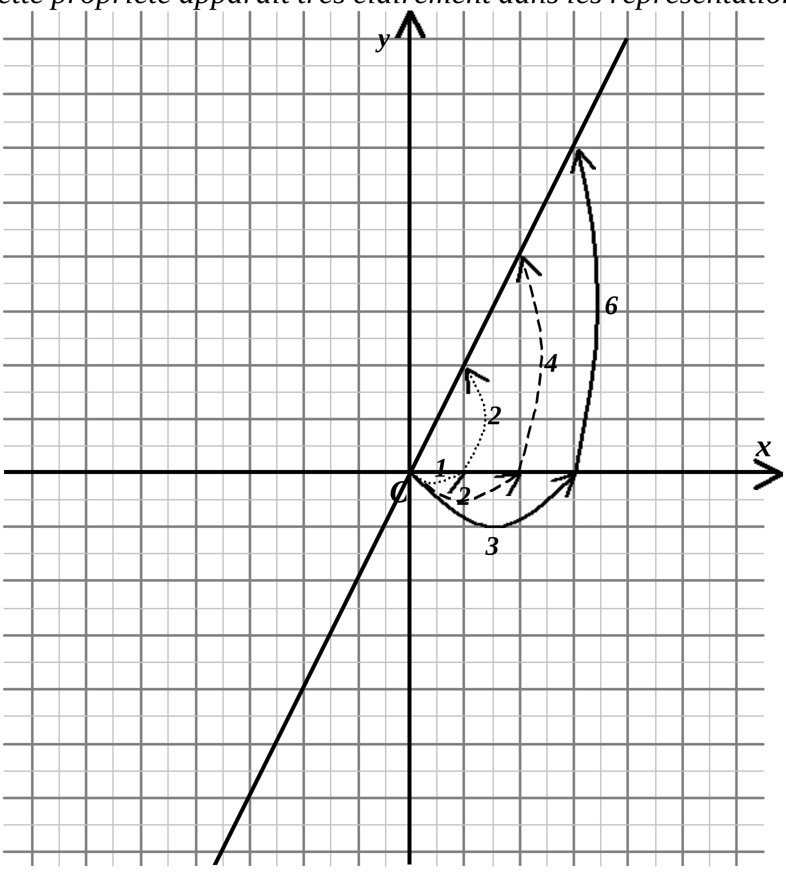
Une application linéaire est une multiplication par un coefficient constant. On retrouve donc quelques unes des propriétés de la multiplication.

L'image de la somme de deux nombres est égale à la somme des images de chacun de ces deux nombres.

En effet, si y = kx et y'= kx', alors y + y' = kx + kx' = k(x + x')
y + y' est la somme des images de x et x'.
k(x + x') est l'image de la somme de x et x'.
On retrouve ainsi la règle de la distributivité du produit sur la somme.
On retrouve aussi l'idée que dans un tableau de proportionnalité, on peut ajouter deux colonnes.

L'image du produit d'un nombre x par a est égale au produit par a de l'image du nombre x.

En effet, si y = kx, alors a´ y = a ´ kx = k ´ ax.
a´ y est le produit par a de l'image du nombre x.
k ´ ax est l'image du produit du nombre x par a.
On retrouve ainsi l'idée que dans un tableau de proportionnalité, on peut multiplier les deux nombres d'une colonne par un même nombre.
Cette propriété apparaît très clairement dans les représentations graphiques :



Sur la droite représentant l'application linéaire y = 2x ci contre, on constate que si x est 2 fois plus grand, son image aussi.
Si x est 3 fois plus grand, son image aussi. Etc.
La droite est fabriquée comme en escalier, ce qui permet une plus grande précision dans le tracé.