FONCTIONS AFFINES

I. FONCTION AFFINE, FONCTION LINEAIRE ET FONCTION CONSTANTE

Parmi les fonctions, les **fonctions affines** sont celles qui sont définies par des expressions de la forme **f(x) = ax + b** et représentées graphiquement par des **droites d'équation y = ax + b** (où a et b sont des nombres relatifs).

Le nombre **a s'appelle le coefficient directeur où la pente de la droite**.

Le nombre **b s'appelle l'ordonnée à l'origine de la droite**.

Parmi les fonctions affines, les **fonctions linéaires** sont celles qui sont définies par des expressions de la forme **f(x) = ax** (cas où b = 0) et représentées graphiquement par des **droites d'équation y = ax** (où a est un nombre relatif). Elles traduisent des situations de **proportionnalité** et la **droite passe par l'origine du repère.**

Parmi les fonctions affines, les **fonctions constantes** sont celles qui sont définies par des expressions de la forme **f(x) = b** (cas où a = 0) et représentées graphiquement par des **droites d'équation y = b** (où b est un nombre relatif). La **droite** est **horizontale,** dans ce cas-là.

Exemples :

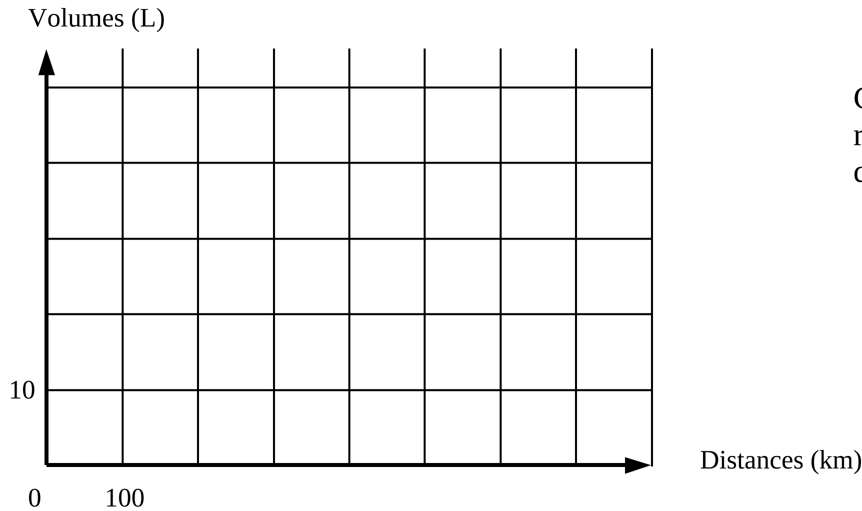
Une voiture possède un réservoir d'une capacité de 42 litres. Elle consomme 6 litres pour 100 kilomètres.

Vérifier qu'avec un plein, la voiture peut parcourir 700 km : ……………………………

On note x la distance parcourue en km (x est un nombre compris entre 0 et 700).

On note respectivement f, g et h, les fonctions qui à x font correspondre la capacité du réservoir, le volume de carburant consommé et le volume de carburant restant dans le réservoir. Compléter :

Distance parcourue (en km)	0	100	400	700	x	Nature de la fonction	Courbe représentative
Capacité du réservoir (en L)					f(x) =		.... d'équation : y = ...
Consommation (en L)					g(x) =		.... d'équation : y = ...
Carburant restant (en L)					h(x) =		.... d'équation : y = ...



Construire les segments de droites représentatifs des fonctions f, g et h dans le repère ci-contre.

Soient x_1 et x_2 deux distances différentes comprises entre 0 et 700 km. Calculer la valeur des rapports :

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\ldots\ldots - \ldots\ldots}{\ldots\ldots - \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots - \ldots\ldots} =$$

$$\frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\ldots\ldots - \ldots\ldots}{\ldots\ldots - \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots\times(\ldots\ldots - \ldots\ldots)}{\ldots\ldots - \ldots\ldots} =$$

$$\frac{h(x_2) - h(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots - (\ldots\ldots\ldots\ldots)}{\ldots\ldots - \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots\times(\ldots\ldots - \ldots\ldots)}{\ldots\ldots - \ldots\ldots} =$$

II. PROPRIETE DES DROITES

1/ APPARTENANCE D'UN POINT A UNE DROITE

Propriété :

Si un point appartient à une droite alors ses coordonnées vérifient l'équation de la droite et, réciproquement, si un couple de nombres vérifie l'équation de la droite alors le point, ayant ce couple de nombres pour coordonnées, appartient à cette droite.

Autrement dit, soit une droite **(D) d'équation $y = ax + b$** (où a et b sont des nombres relatifs) :
Si $A(x_A ; y_A) \in (D)$ alors $a x_A + b = y_A$.
Et si x_M et y_M sont deux nombres vérifiant la relation $a x_M + b = y_M$ alors $M(x_M ; y_M) \in (D)$.

Application :

Dans le repère orthonormal d'unité graphique 0,5 cm ci-dessous, construire les représentations graphiques des fonctions suivantes :

f : $x \mapsto -2x$ g : $x \mapsto -3$ h : $x \mapsto 3x - 1$ k : $x \mapsto -x + 5$

Les quatre fonctions f, g, h et k sont toutes définies par des expressions de la forme E(x) = ...

Donc ces quatre fonctions sont des fonctions .... La fonction f est dite .... et la fonction g est dite ....

Leurs courbes représentatives sont des .... Pour f, la droite passe par ....

.... et pour g, la droite est ....

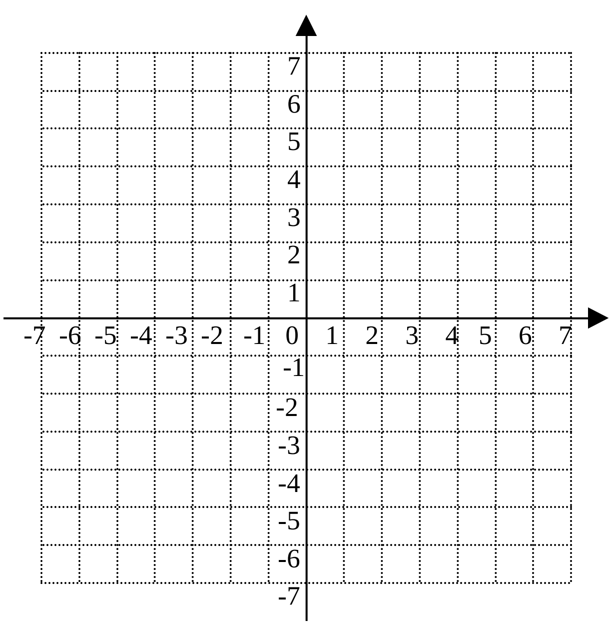
Pour tracer ces droites, on doit déterminer les coordonnées de .... points appartenant à ces droites :

x		
f(x)		

x		
g(x)		

x		
h(x)		

x		
k(x)		



- Résoudre graphiquement l'équation :

$$-2x = -x + 5$$

- Résoudre graphiquement le système :

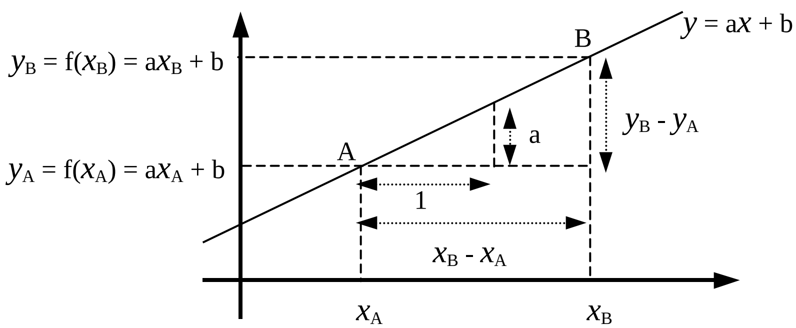
$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

2/ PROPORTIONNALITE DES ACCROISSEMENTS

Propriété :

Soit f une fonction affine définie par une expression de la forme f(x) = ax + b (où a et b sont des nombres relatifs). Si on note y_A et y_B les images respectives par f de deux nombres différents x_A et x_B , alors :

$$\frac{\mathbf{f(x_B) - f(x_A)}}{\mathbf{x_B - x_A}} = \frac{\mathbf{y_B - y_A}}{\mathbf{x_B - x_A}} = \mathbf{a}\ .$$



Les accroissements en ordonnées sont proportionnels aux accroissements en abscisses.

Le coefficient de proportionnalité des accroissements est le coefficient directeur de la droite : le nombre a.

Application : (détermination de l'équation d'une droite)

1/ *Déterminer l'expression d'une fonction affine f sachant que f(1) = 2 et que f(3) = – 4.*

La fonction f étant affine, son expression est de la forme f(x) = ..., et on cherche à déterminer la valeur des nombres ...... et ....

On sait que : ...... = $\dfrac{\text{f(......)} - \text{f(......)}}{\text{......} - \text{......}} = \dfrac{\text{......} - \text{......}}{\text{......} - \text{......}} = \dfrac{\text{......}}{\text{......}}$ = ...

Donc l'expression de f est de la forme f(x) = ..., et il reste à déterminer la valeur du nombre ....

L'image du nombre ...... par f est ......, on doit donc avoir .... = ...

On en déduit que ...... = ... = ...

Finalement, l'expression cherchée pour f est : f(x) = ...

2/ *Déterminer l'équation de la droite (D) passant par les points A(– 2 ; 3) et B(2 ; – 5).*

L'équation de la droite (D) est de la forme : ....

Le coefficient directeur vaut : ...... = $\dfrac{\text{......} - \text{......}}{\text{......} - \text{......}} = \dfrac{\text{......}}{\text{......}}$ = ...L'équation est de la forme : ....

Pour déterminer ensuite l'ordonnée à l'origine, on traduit l'appartenance d'un des deux points à la droite :

......(...... ; ......) (D) donc .... = ...