

ARITHMETIQUE

I. Les ensembles de nombres :

1) Les entiers naturels :

Ce sont les nombres que l'on peut compter sur ses doigts : 0 ; 1 ; 2 ...

2) Les entiers relatifs : ... ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ...

3) Les nombres rationnels :

Ce sont les résultats des divisions de 2 nombres entiers relatifs.

Si la division tombe juste, on les appelle aussi « décimaux ».

Ex $5 : 10 = 0,5$

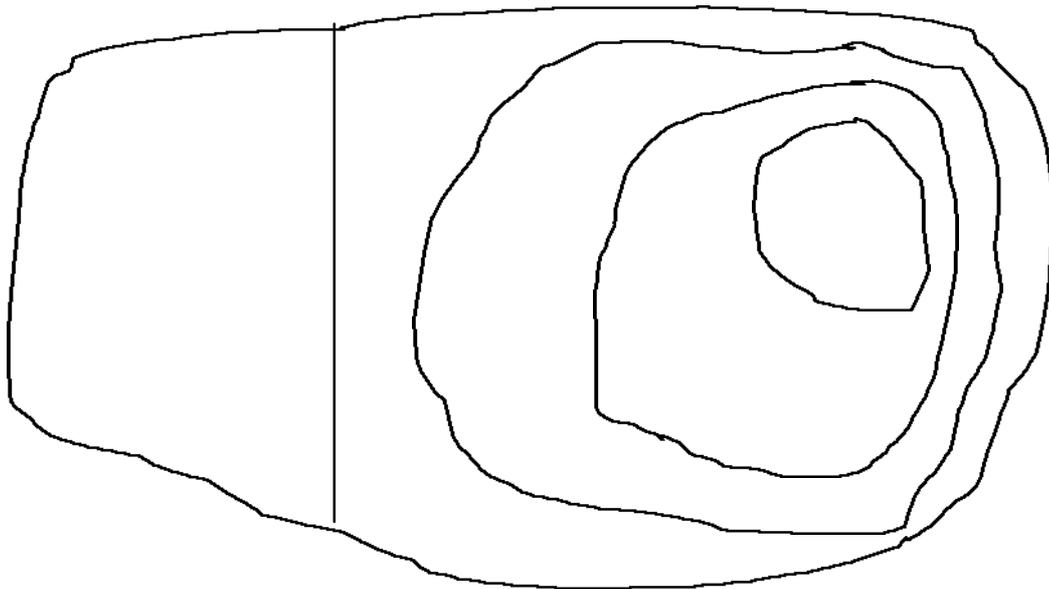
Certains rationnels sont négatifs.

Ex $-2 : 3 = -0,6666\dots$

4) Les nombres irrationnels :

Ex : π ou $\sqrt{2}$

On peut représenter ces ensembles de nombres par le schéma suivant :



II. Vocabulaire de l'arithmétique :

1) Diviseur :

Définition : soient a et b deux entiers naturels (non nuls). On dit que a est un diviseur de b si la division de b par a tombe juste (c'est à dire s'il existe un entier c tel que $a = b \times c$)

Exemple : 5 est un diviseur de 15 car $15 = 3 \times 5$

3 n'est pas un diviseur de 7.

Remarques:

- 1) 1 et a sont toujours des diviseurs de a.
- 2) Si a est un diviseur de b, alors b est un multiple de a.

2) Diviseurs communs à 2 entiers naturels :

Exemple : 5 est un diviseur commun à 15 et à 25

- a) Pour rechercher les diviseurs communs à 2 entiers, il suffit de chercher les diviseurs de chaque entier et regarder ceux qui sont identiques :

Ex :

63 a pour diviseurs 1 ; 3 ; 7 ; 9 ; 21 ; 63

45 a pour diviseurs 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45

Les diviseurs communs à 63 et 45 sont donc 1 ; 3 et 9.

- b) Souvent on cherche le plus grand des diviseurs communs à 2 entiers.

Quand les nombres sont trop grands (ex 429 et 156), on peut utiliser

- l'algorithme des différences :

$$429 - 156 = 273$$

$$273 - 156 = 117$$

$$156 - 117 = 39$$

$$117 - 39 = 78$$

$$78 - 39 = 39$$

$$39 - 39 = 0$$

Le plus grand commun diviseur (pgcd) de 429 et 156 est 39 (la dernière différence non nulle)

- l'algorithme d'Euclide : Ex : 493 et 377

$$493 = 1 \times 377 + 116$$

$$377 = 3 \times 116 + 29$$

$$116 = 4 \times 29 + 0$$

Le pgcd de 493 et 377 est 29 (le dernier reste non nul)

- c) Si le pgcd de deux entiers est 1, alors on dit que ces nombres sont premiers entre eux.

III. Simplification d'une fraction :

1) Si le numérateur ou le dénominateur n'est pas trop grand :

Ex : $\frac{28}{70}$

Méthode : On cherche à la simplifier par les diviseurs communs.

(on utilise les critères de divisibilité)

$$\frac{28}{70} = \frac{7 \times 2 \times 2}{7 \times 2 \times 5} = \dots$$

2) Sinon :

On cherche le pgcd du numérateur et du dénominateur et on simplifie par ce pgcd.

$$\text{Ex : } \frac{493}{377} = \frac{29 \times \dots}{29 \times \dots} = \dots$$

Remarque : Si le numérateur et le dénominateur sont premiers entre eux, la fraction est irréductible.