

Devoir à la maison n° 3 : les nombres rationnels

loiseau@club-internet.fr

Les fractions décimales ont un développement décimal limité.

Exemple de fraction décimale $\frac{1}{5}=0,2$.

*Les fractions non décimales ont un développement décimal **illimité et périodique**.*

Exemple de fraction non décimale et de développement décimal illimité :

$\frac{1}{3} = 0,3333333333333333\dots$ (la période est composée du seul chiffre 3)

1) Trouver avec votre calculatrice la période du développement décimal de $\frac{23}{11}$.

La simplification des fractions résulte de la découverte du PGCD du numérateur et du dénominateur.

*Pour trouver le PGCD de deux entiers , on peut appliquer l'**algorithme d'Euclide**.*

2) Appliquer cet algorithme aux entiers $a=234$ et $b=138$, et présenter les résultats des divisions successives ainsi :

a	234	138			
b	138				
quotients					
restes					

3) Quel est le PGCD de 234 et 138 ?

4) En déduire l'écriture sous forme de fraction irréductible de $\frac{234}{138}$.

Le développement décimal de cette fraction est infini et la période est composé de 22 chiffres !

La ligne des quotients de notre tableau précédent permet un autre développement de la fraction $\frac{234}{138}$.

Cet autre développement du rationnel est appelé fraction continue :

5) Montrer que $\frac{39}{23} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}}$

« La notation est alors $\frac{39}{23} = [1,1,2,3,2]$ »

6) En déduire le développement en fraction continue de $\frac{234}{138}$.

7) Recommencer avec la fraction non décimale $\frac{622}{530}$.

Ecrire la fraction irréductible correspondante et donner le développement en fraction continue de ce rationnel