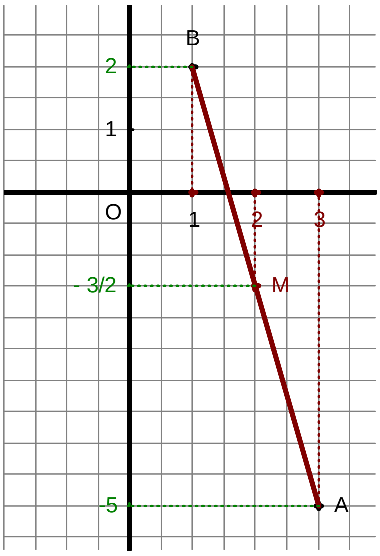
1 Repère : distance et coordonnées

1.1 Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété : Soit, dans le plan muni d'un repère orthogonal, les points A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B).
Le milieu M du segment [AB] a pour coordonnées (x_M ; y_M) où :
$x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ et $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}$

Exemple :



A(3 ; -5) B(1 ; 2)

Les coordonnées du milieu M de [AB] sont :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-5 + 2}{2} = -\frac{3}{2}$$

1.2 Distance entre deux points

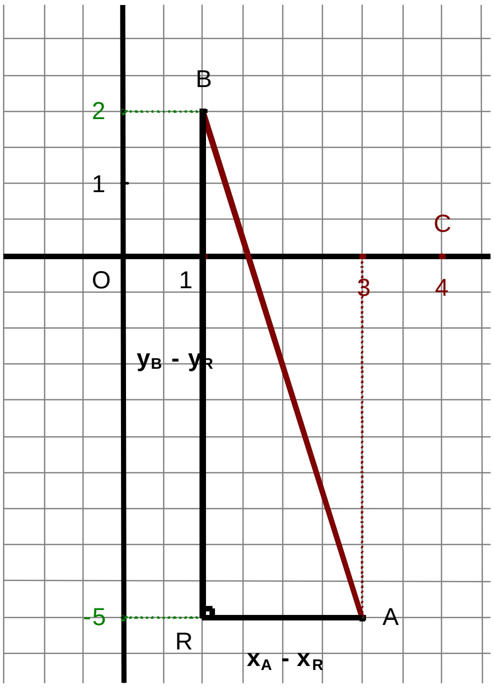
Définition : Un repère orthogonal dont les unités sont identiques sur chaque axe est appelé repère orthonormé ou orthonormal.

Propriété : Soit, dans le plan muni d'un repère orthonormal, les points A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B).
On a alors :

$AB^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$

Remarque : en raison du carré on peut aussi bien écrire $(x_A - x_B)^2$ que $(x_B - x_A)^2$.

Exemples :



$AB^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_B - y_A)^2$

$AB^2 = (3 - 1)^2 + (2 - (-5))^2 = 2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53$

$AB = \sqrt{53} \approx 7{,}3$ cm (car l'unité des axes est le cm)

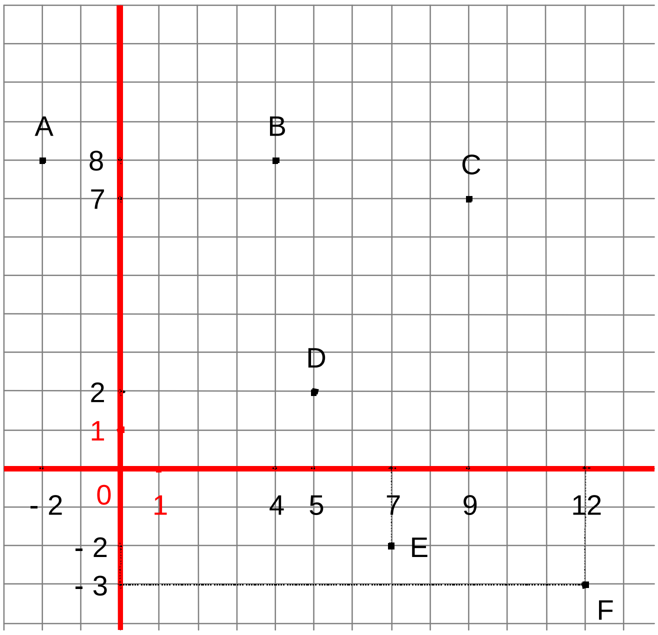
$AC^2 = (3 - 4)^2 + (-5 - 0)^2 = (-1)^2 + (-5)^2 = 1 + 25 = 26$

$AC = \sqrt{26} \approx 5{,}1$ cm

1.3 Coordonnées de vecteur

Définition : Soit A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B). On appelle coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ le couple ($x_B - x_A$; $y_B - y_A$).

Contrairement au calcul de distance, l'ordre des coordonnées est important.



Exemples :

$\overrightarrow{BC}$ (9-4 ; 7-8) $\overrightarrow{BC}$ (5 ; -1)

$\overrightarrow{CD}$ (5-9 ; 2-7) $\overrightarrow{CD}$ (-4 ; -5)

$\overrightarrow{AB}$ (4 – (-2) ; 8-8) $\overrightarrow{AB}$ (6 ; 0)

$\overrightarrow{OA}$ (-2-0 ; 8-0) $\overrightarrow{OA}$ (-2 ; 8)

$\overrightarrow{EF}$ (12-7 ; -3-(-2)) $\overrightarrow{EF}$ (5 ; -1)

Remarque : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$

$\overrightarrow{CB}$ (4-9 ; 8-7) $\overrightarrow{CB}$(-5 ; 1)

Remarque : $\overrightarrow{CB}$ est l'opposé de$\overrightarrow{BC}$.

Propriété : Tous les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$ ont les mêmes coordonnées que $\overrightarrow{AB}$

Exemple : Soit EFHR un parallélogramme. E (3 ; 2) F(-1 ; 4) R(1 ; 5). Calculer les coordonnées de H.

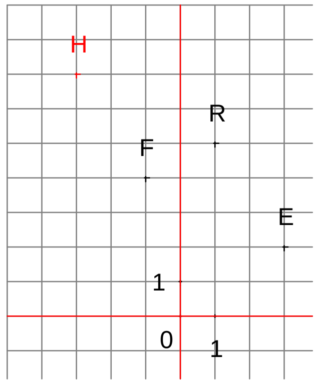
EFHR est un parallélogramme donc $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{RH}$.Donc les deux vecteurs ont les mêmes coordonnées.

$\overrightarrow{EF}$ a pour coordonnées (-1 – 3 ; 4 – 2) soit (-4 ; 2)
$\overrightarrow{RH}$ a pour coordonnées (x_H – 1 ; y_H – 5)

$x_H - 1 = -4$ soit $x_H = -3$

$y_H - 5 = 2$ soit $y_H = 7$

H (-3 ; 7)



Propriété :Si deux vecteurs ont les mêmes coordonnées alors ils sont égaux.

Exemple :

Soit A(5 ; 2),B (-4 ; 1),H (0 ; 5),V(-9 ; 4)
Quelle est la nature du quadrilatère ABVH ?

$\overrightarrow{AB}$ (-4-5 ; 1-2) soit (-9 ; -1)
$\overrightarrow{HV}$ (-9-0 ; 4-5) soit (-9 ; -1)

Donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{HV}$ donc ABVH est un parallélogramme