

### Problème :

Dans un repère orthonormé (O,I,J)  $OI=OJ=1\text{cm}$  on considère les points  $A(-2;-3)$  ;  $B(-4;4)$ ;  $C(3 ; 6)$ .

1) Faire un figure que l'on complètera tout au long du problème.

2) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$   $\overrightarrow{BC}$   $\overrightarrow{AC}$

3) Calculer  $AB$  ;  $BC$  ;  $AC$

Quelle est la nature du triangle ABC ? Pourquoi ?

4) Soit D le point tel que ABCD soit un parallélogramme. Calculer les coordonnées de D.

Quelle est la nature de ABCD ? Pourquoi ?

5) Montrez que le triangle est inscrit dans un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

6) Montrez que D appartient au cercle.

7) Soit E l'image de C par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$

Calculer les coordonnées de E

8) Quelle est la nature du quadrilatère ABEC ? Pourquoi ?

9) Calculez l'aire de ABEC ?

### Problème :

Dans un repère orthonormé (O,I,J)  $OI=OJ=1\text{cm}$  on considère les points  $A(-2;-3)$  ;  $B(-4;4)$ ;  $C(3 ; 6)$ .

1) Faire un figure que l'on complètera tout au long du problème.

2) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$   $\overrightarrow{BC}$   $\overrightarrow{AC}$

3) Calculer  $AB$  ;  $BC$  ;  $AC$

Quelle est la nature du triangle ABC ? Pourquoi ?

4) Soit D le point tel que ABCD soit un parallélogramme. Calculer les coordonnées de D.

Quelle est la nature de ABCD ? Pourquoi ?

5) Montrez que le triangle est inscrit dans un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

6) Montrez que D appartient au cercle.

7) Soit E l'image de C par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$

Calculer les coordonnées de E

8) Quelle est la nature du quadrilatère ABEC ? Pourquoi ?

9) Calculez l'aire de ABEC ?

### Problème :

Dans un repère orthonormé (O,I,J)  $OI=OJ=1\text{cm}$  on considère les points  $A(-2;-3)$  ;  $B(-4;4)$ ;  $C(3 ; 6)$ .

1) Faire un figure que l'on complètera tout au long du problème.

2) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$   $\overrightarrow{BC}$   $\overrightarrow{AC}$

3) Calculer  $AB$  ;  $BC$  ;  $AC$

Quelle est la nature du triangle ABC ? Pourquoi ?

4) Soit D le point tel que ABCD soit un parallélogramme. Calculer les coordonnées de D.

Quelle est la nature de ABCD ? Pourquoi ?

5) Montrez que le triangle est inscrit dans un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

6) Montrez que D appartient au cercle.

7) Soit E l'image de C par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$

Calculer les coordonnées de E

8) Quelle est la nature du quadrilatère ABEC ? Pourquoi ?

9) Calculez l'aire de ABEC ?

### Problème : Correction

Dans un repère orthonormé (O,I,J) OI=OJ=1cm on considère les points :

A(-2;-3) ; B(-4;4); C(3 ; 6).1) Faire un figure que l'on complétera tout au long du problème.

2) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$   $\vec{BC}$   $\vec{AC}$  3) Calculer  $AB$  ;  $BC$  ;  $AC$

Quelle est la nature du triangle ABC ? Pourquoi ?

4) Soit D le point tel que ABCD soit un parallélogramme. Calculer les coordonnées de D.

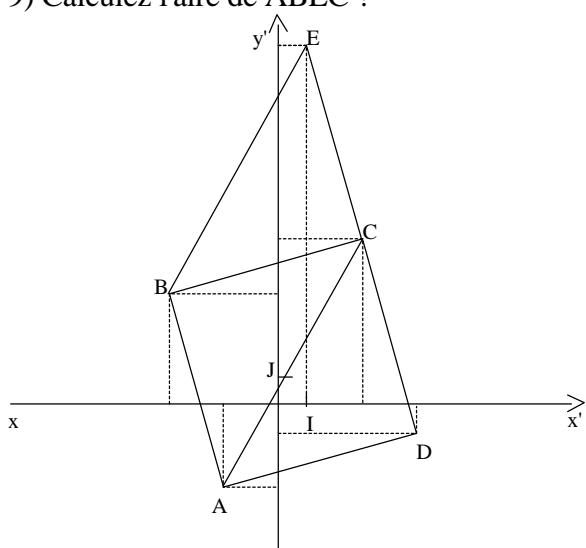
Quelle est la nature de ABCD ? Pourquoi ?

5) Montrez que le triangle est inscrit dans un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

6) Montrez que D appartient au cercle. 7) Soit E l'image de C par la translation de vecteur  $\vec{AB}$

Calculer les coordonnées de E 8) Quelle est la nature du quadrilatère ABEC ? Pourquoi ?

9) Calculez l'aire de ABEC ?



$$\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \quad \vec{AB}(-4 + 2; 4 + 3) \quad \vec{AB}(-2; 7)$$

$$\vec{BC}(x_C - x_B; y_C - y_B) \quad \vec{BC}(3 + 4; 6 + 3) \quad \vec{BC}(7; 9)$$

$$\vec{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A) \quad \vec{AC}(3 + 2; 6 + 3) \quad \vec{AC}(5; 9)$$

$$AC = \sqrt{5^2 + 9^2} = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$$

$$BC = \sqrt{7^2 + 2^2} = \sqrt{49 + 4} = \sqrt{53}$$

$$AB = \sqrt{(-2)^2 + 7^2} = \sqrt{4 + 49} = \sqrt{53}$$

AB = BC =  $\sqrt{53}$  donc ABC est un triangle isocèle

De plus :  $AC^2 = 106$

$$AB^2 + BC^2 = 53 + 53 = 106$$

Donc  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore

ABC est un triangle rectangle et isocèle.

4) Soit D(x ; y) tel que ABCD soit un parallélogramme.

$$\vec{AB} = \vec{DC} \quad \vec{AB}(-2; 7) \quad \vec{DC}(x_C - x_D; y_C - y_D) \quad \vec{DC}(3 - x; 6 - y)$$

Si deux vecteurs sont égaux alors leurs coordonnées sont égales

$$\begin{array}{l} 3-x = -2 \text{ et } 6-y = 7 \\ -x = -3-2 \text{ et } -y = 7-6 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} -x = -5 \text{ et } -y = 1 \\ x = 5 \text{ et } y = -1 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} \mathbf{D}(5; -1) \end{array} \right.$$

ABCD est un parallélogramme qui a un angle droit donc abcd est un rectangle de plus

BC = AB. Si un rectangle a deux côtés consécutifs de même mesure alors c'est un carré donc **ABCD est un carré**

5) ABC est un triangle rectangle en B donc ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [AC]

Le rayon du cercle est donc  $\frac{\sqrt{106}}{2}$  Le centre du cercle est M le milieu de [AC] donc

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right) \quad M\left(\frac{-2 + 3}{2}; \frac{-3 + 6}{2}\right) \quad M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \quad \text{ABC est inscrit dans le cercle de centre M et de rayon}$$

$$\frac{\sqrt{106}}{2}$$

6) Dans un carré les diagonales sont égales et se coupent en leur milieu donc  $MA = MD = \frac{\sqrt{106}}{2}$  donc

$$D \in C(M; \frac{\sqrt{106}}{2})$$

7) Soit E(x ; y) l'image de C par la translation de

$$\vec{AB} \quad \text{donc} \quad \vec{AB} = \vec{CE} \quad \vec{AB}(-2; 7) \quad \vec{CE}(x - 3; y - 6)$$

$$x - 3 = -2 \text{ et } y - 6 = 7 \quad \left| \begin{array}{l} x = -2 + 3 = 1 \\ y = 7 + 6 = 13 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} \mathbf{E}(1; 13) \end{array} \right.$$

8) D'après le 7)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$  donc ABEC est un parallélogramme

L'aire d'un parallélogramme est égale au produit d'un côté par la hauteur correspondante. Donc Aire(ABEC) = BC×AC car (CB) et (BA) sont perpendiculaires.

$$\text{Aire}(ABEC) = \sqrt{53} \times \sqrt{53} = 53 \text{ cm}^2$$