

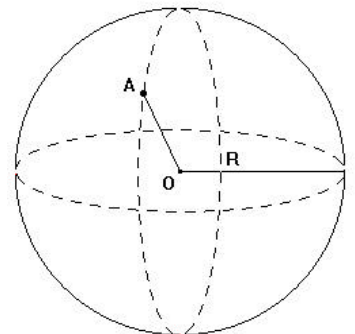
CONTENUS	COMPETENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
Géométrie dans l'espace		
Sphère	Savoir que la section d'une sphère par un plan est un cercle. Savoir placer le centre de ce cercle et calculer son rayon connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère. Représenter une sphère et certains de ses grands cercles.	On mettra en évidence les grands cercles de la sphère, les couples de points diamétralement opposés. On examinera le cas particulier où le plan est tangent à la sphère.  On fera le rapprochement avec les connaissances que les élèves ont déjà de la sphère terrestre, notamment pour les questions relatives aux méridiens et parallèles.
Problèmes de sections planes de solides	Connaître la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête. Connaître la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe. Représenter et déterminer les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.	Des manipulations préalables (sections de solides en polystyrène par exemple) permettent de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes étudiées. Ce sera une occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. A propos de pyramides, les activités se limiteront à celles dont la hauteur est une arête latérale et aux pyramides régulières qui permettent de retrouver les polygones étudiés par ailleurs.
Calculs d'aires et de volumes  Effets d'une réduction ou d'un agrandissement sur des aires ou des volumes	Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné. Calculer le volume d'une boule de rayon donné. Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport $k$ , - l'aire d'une surface est multipliée par $k^2$ , - le volume d'un solide est multiplié par $k^3$ .	Le travail avec un formulaire, qui n'exclut pas la mémorisation, permettra le reinvestissement et l'entretien d'acquis des années précédentes : aires des surfaces et volumes des solides étudiés dans ces classes. Des activités de comparaison d'aires, d'une part, et de volumes, d'autre part, seront autant d'occasions de manipulations de formules et de transformations d'expressions algébriques. Ce travail prend appui sur celui fait en géométrie dans l'espace.

### I. SPHERE ET BOULE. SECTION D'UNE SPHERE PAR UN PLAN :

→  $O$  est un point donné de l'espace, et  $R$  est un nombre positif donné.

- La **sphère** de centre  $O$  et de rayon  $R$  est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de  $O$  égale à  $R$ .
- La **boule** de centre  $O$  et de rayon  $R$  est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de  $O$  inférieure ou égale à  $R$ .
- Un **grand cercle** d'une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$  est un cercle de centre  $O$  et de rayon  $R$ .

- La sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$  est l'ensemble des points  $M$  de l'espace tels que  $OM = R$ .
- La boule de centre  $O$  et de rayon  $R$  est l'ensemble des points  $M$  de l'espace tels que  $OM \leq R$ .
- Le cercle de centre  $O$  et de rayon  $OA$  est un grand cercle ( $OA = R$ )



#### Propriété :

- L'aire d'une sphère de rayon  $R$  est égale à  $4\pi R^2$ .
- Le volume d'une boule de rayon  $R$  est égal à  $\frac{4}{3}\pi R^3$ .

#### Exemples :

L'aire d'une sphère de rayon 7 cm est égale, en  $\text{cm}^2$ , à :  $4 \times \pi \times 7^2 = 196\pi$ .

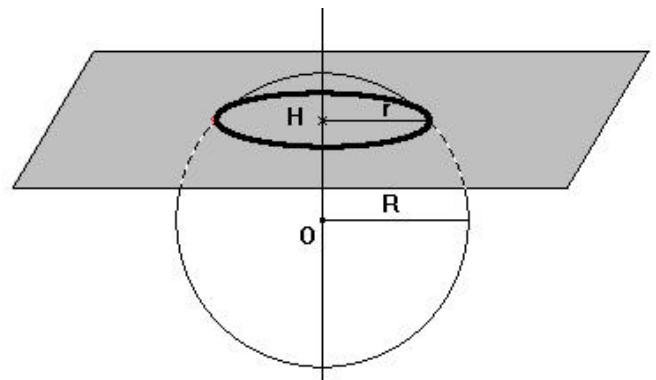
Le volume d'une boule de rayon 7 cm est égal, en  $\text{cm}^3$ , à :  $\frac{4}{3} \times \pi \times 7^3 = \frac{1372}{3}\pi$ .

#### Propriété :

La section d'une sphère par un plan est un cercle.

La section de la sphère de centre O et de rayon R par le plan P est le cercle :

- de centre H, H étant le point d'intersection du plan P et de la droite perpendiculaire à P passant par O,
- et de rayon  $r = \sqrt{R^2 - OH^2}$ .



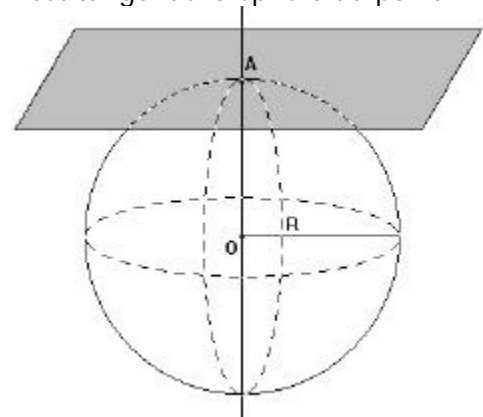
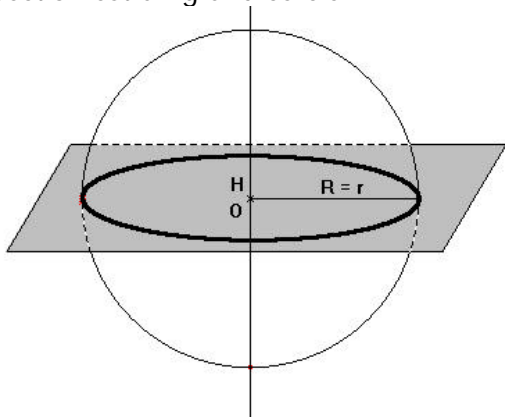
### Exemple :

Soit la sphère de centre O et de rayon  $R = 5$  cm coupée par un plan P tel que  $OH = 3$  cm. La section obtenue est le cercle de centre H et de rayon  $r = 4$  cm, car :

$$r = \sqrt{R^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4.$$

### Cas particuliers :

- 1) Le plan passe par le centre de la sphère : H et O sont confondus. La section est un grand cercle.
- 2)  $OH = R$  : la sphère et le plan n'ont qu'un seul point A en commun. Le plan est tangent à la sphère au point A.

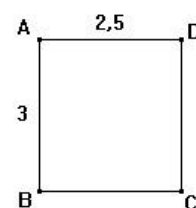
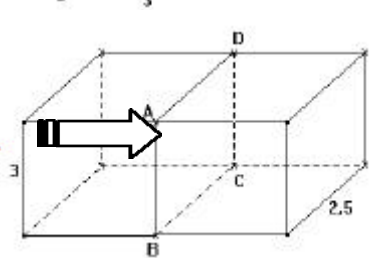
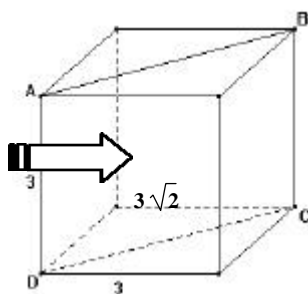


## II. SECTIONS PARTICULIERES DE CUBES, DE PARALLELEPIPEDES RECTANGLES ET DE CYLINDRES DE REVOLUTION :

### Propriété :

La section d'un cube ou d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face ou à une arête est un rectangle.

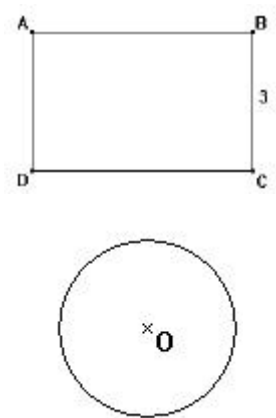
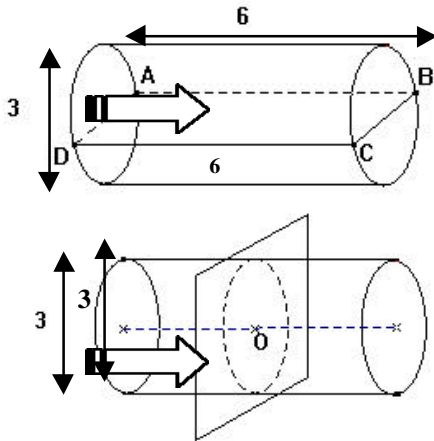
### Exemples :



### Propriété :

- La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe est un rectangle.
- La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à son axe est un cercle.

Exemples :



### III. SECTION D'UNE PYRAMIDE OU D'UN CONE DE REVOLUTION PAR UN PLAN PARALLELE A LA BASE :

→ L'agrandissement de rapport  $k$  d'un objet est la transformation qui consiste à multiplier toutes les longueurs de cet objet par un nombre  $k > 1$ .

→ La réduction de rapport  $k$  d'un objet est la transformation qui consiste à multiplier toutes les longueurs de cet objet par un nombre positif  $k < 1$ .

Exemples :

- Une maquette réalisée à l'échelle  $\frac{1}{100}$  est la réduction de rapport  $\frac{1}{100}$  de l'objet réel.
- Une feuille de format A3 ( $29,7 \times 42$ ) est un agrandissement de rapport  $\sqrt{2}$  d'une feuille de format A4.

Propriété :

Dans un agrandissement, ou une réduction de rapport  $k$ ,

- les aires sont multipliées par  $k^2$ ,
- et les volumes sont multipliés par  $k^3$ .

Exemples :

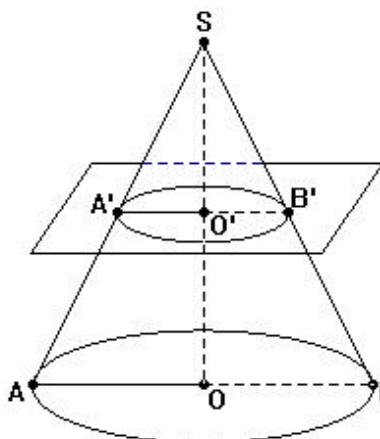
- Deux feuilles de format A4 sont nécessaires pour recouvrir une feuille de format A3 ( $k = \sqrt{2}$ ,  $k^2 = 2$ ).
- Huit petits cubes d'arête  $a$  sont nécessaires pour remplir un cube d'arête  $2a$  ( $k = 2$ ,  $k^3 = 8$ ).

Propriété :

La section d'une pyramide (ou d'un cône de révolution) par un plan parallèle à la base est une réduction de la base de la pyramide (ou du cône).

La « petite pyramide » et le « petit cône » obtenus sont des réductions de la pyramide et du cône. Le rapport de réduction  $k$  est égal au quotient d'une longueur de la petite pyramide ou du petit cône par la longueur correspondante de la pyramide ou du cône de départ.

Exemples :



$$k = \frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB} = \dots$$

