3° : CONTROLE DE MATHEMATIQUES

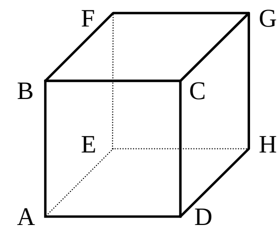
Sur la copie ne seront rédigées que les réponses aux questions : Ex 1 3/ , Ex 3 1/ , 2/ b/ et c/.

EXERCICE 1 :

On considère un cube ABCDEFGH avec AB = 5 cm (la représentation ci-après n'est pas en vraie grandeur).

1/ Compléter :

Nombre de faces	Nombre d'arêtes	Nombre de sommets



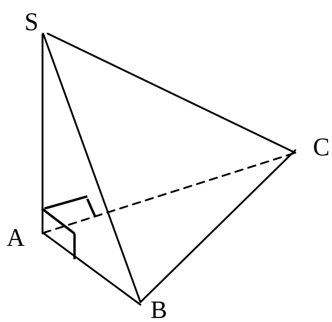
2/ Calculer son volume V en cm^3.

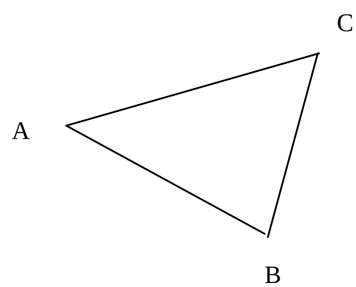
V = ……………………………….……………………………….

3/ Calculer (en cm) la valeur exacte de la longueur d'une de ses diagonales, par exemple la longueur BH.
(Indication : après avoir calculé AH, travailler dans le triangle ABH).
Donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b aussi petit que possible.

EXERCICE 2 :

Compléter, en laissant les traits de construction, le patron ci-contre de la pyramide SABC de hauteur SA = 3 cm.





EXERCICE 3 :

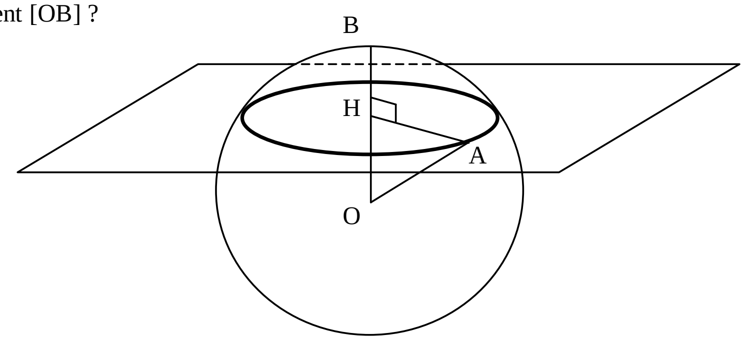
1/ Calculer, au cm^3 près, le volume d'une boule délimitée par une sphère de rayon OA = OB = 7cm.

2/ On réalise la section de cette sphère par un plan (voir figure ci-dessous).

a/ Quelle est la nature de cette section ?…………………………….

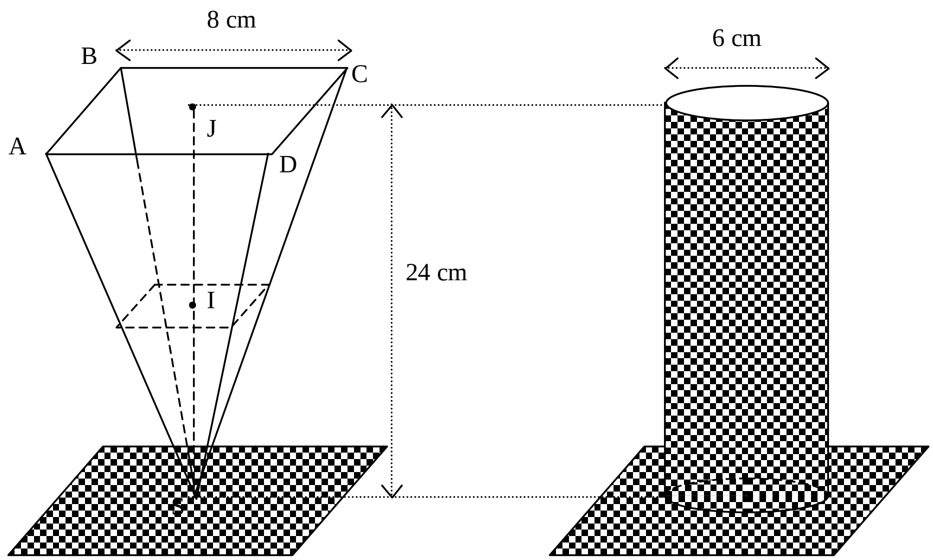
b/ Calculer au dixième près l'aire délimitée par cette section sachant que OH = 4 cm.

c/ Quel est le volume (au mm^3 prés) du cône de révolution engendré par la rotation du triangle OHA autour du segment [OB] ?



EXERCICE 4 :

On considère deux vases (voir figures ci-dessous) : l'un constitué d'une pyramide régulière et l'autre d'un cylindre de révolution et tous deux montés sur des supports (grisés sur la figure).



Vase 1 **Vase 2**

1/ Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? ……………………………….…

Calculer le volume V_1 du vase 1 en cm^3 puis en ℓ.

……

……

2/ On remplit le vase 1 jusqu'à mi-hauteur (I est le milieu de [SJ]), obtenant ainsi une « pyramide d'eau », réduction de la pyramide constituée par le vase.

a/ Quelle est l'échelle de cette réduction ? …………………………….

b/ Par combien doit-on multiplier le volume du vase pour obtenir celui de l'eau ? …………………………

c/ En déduire que le volume restant inoccupé représente les $\frac{7}{8}$ du volume initial V_1.

……

……

3/ On verse 512 cm^3 d'eau dans le vase 2.

a/ En notant V_2 le volume du vase 2, justifier le fait que cela ne déborde pas.

……

……

……

……

b/ Calculer, au dixième prés, la hauteur d'eau x en centimètre obtenue dans le vase 2.

……

……

……

……

3° : Correction du CONTROLE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 :

1/

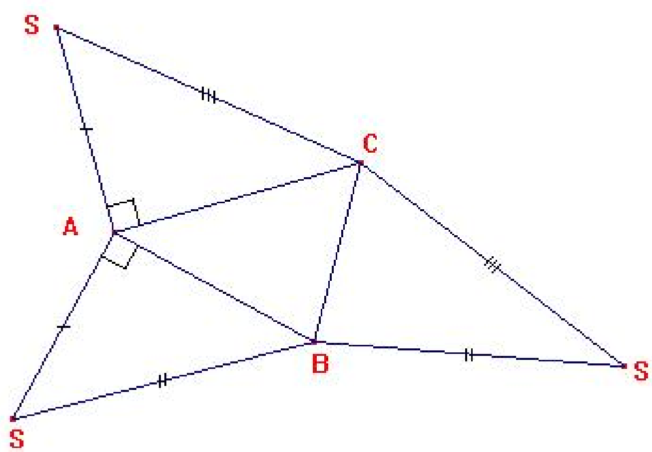
Nombre de faces	Nombre d'arêtes	Nombre de sommets
6	12	8

2/ $V = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$

3/*Dans le triangle ADH rectangle en D, le théorème de Pythagore s'écrit :*
$AH^2 = AD^2 + DH^2$
D'où $AH^2 = 5^2 + 5^2 = 50$
$AH = \sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$

Dans le triangle ABH rectangle en A, le théorème de Pythagore s'écrit :
$BH^2 = AB^2 + AH^2$
D'où $BH^2 = 5^2 + 50 = 75$
***BH** $= \sqrt{75} = \sqrt{5^2 \times 3} = \mathbf{5\sqrt{3}}$*

EXERCICE 2 :



EXERCICE 3 :

1/ $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 7^3 = \frac{4 \times 343\pi}{3} \approx 1\,437 \text{ cm}^3$.

2/ a/ La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon HA.

b/ *Dans le triangle OHA rectangle en H, le théorème de Pythagore s'écrit :*
$AO^2 = AH^2 + OH^2$
D'où $7^2 = AH^2 + 4^2$
donc $AH^2 = 49 - 16 = 33$
$AH = \sqrt{33}$
On peut donc calculer l'aire de la section : $A = \pi \times AH^2 = 33\pi \approx 103{,}7 \text{ cm}^3$.

c/ Le cône de révolution engendré par la rotation du triangle OHA autour du segment [OB] est un cône de hauteur OH = 4 cm et de base le disque de centre H et de rayon HA $= \sqrt{33}$.

D'où son volume : $V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{\pi \times AH^2 \times OH}{3} = 44\,\pi \approx 138{,}23 \text{ cm}^3$.

EXERCICE 4 :

1/ Le quadrilatère ABCD est la base d'une pyramide régulière, c'est donc un carré.

$V_1 = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{8 \times 8 \times 24}{3} = 512 \text{ cm}^3 = 0{,}512\ \ell$.

2/ a/ l'échelle de cette réduction $= \frac{\text{nouvelle dimension}}{\text{dimension initiale}} = \frac{1}{2}$

b/ On doit multiplier le volume du vase par $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ pour obtenir celui de l'eau.

c/ Le volume restant inoccupé est égal à : $V_1 - \frac{1}{8}V_1 = \frac{7}{8}$

3/ a/ V_2 = aire de la base × hauteur $= \pi \times 3^2 \times 24 = 216\pi \approx 679 \text{ cm}^3$, donc le vase ne déborde pas puisque le volume versé est inférieur au volume du vase.

b/ $512 = \pi \times 3^2 \times x$ d'où $x = \frac{512}{9\pi} \approx 18{,}1$ cm.