3ème **Exercices pour DEVOIR DE MATHEMATIQUES**

(à rédiger sur copie double)

I.- Dans un cube ABCDEFGH d'arête **a** , on considère la pyramide SIJKL où

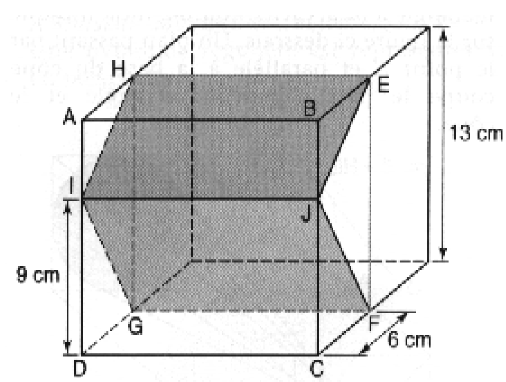
- Le sommet S de la pyramide est le centre du carré ABCD
- I , J , K , L sont les milieux respectifs des arêtes [EF] , [FG] , [GH] et [HE]

1) Faire une représentation en perspective cavalière
2) a) Dessiner la face EFGH . Placer I , J , K et L . Quelle est l'aire de IJKL ?
   b) Calculer en fonction de **a** le volume du cube et celui de la pyramide SIJKL
   c) Quel est le rapport : $\dfrac{\text{Volume de la pyramide}}{\text{Volume du cube}}$?
   d) On imagine que la pyramide SIJKL a été découpée dans un cube de bois de 30 cm d'arête . Quel est la masse de la pyramide si la masse volumique du bois utilisé est 0,8 g/cm^3 ?

II.- Trois plans coupent un cube de 13 cm de côté comme il est indiqué sur la figure .

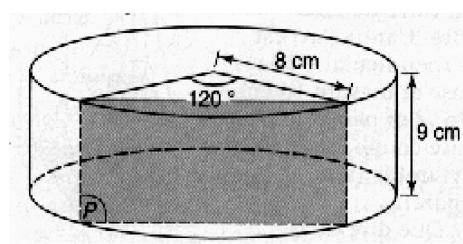
L' un de ces plans est parallèle à la face ABCD , les deux autres plans sont parallèles à l'arête [AB] et coupent la face ABCD en [IJ] .

1) Déterminer l'aire de la section EFGH puis celle de HIJE .
2) Que dire du triangle JEF ?



III.- Un plan P coupe un cylindre de 9 cm de haut et de 8 cm de rayon comme il est indiqué sur la figure .

1) Dessiner une vue de dessus
2) Déterminer la nature et les dimensions de la section du cylindre par le plan P .



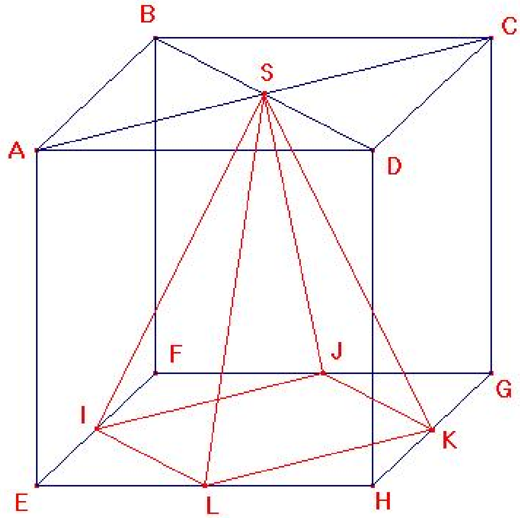
3°	CORRECTION DU DEVOIR DE MATHEMATIQUES n°

2 pts

I.- Dans un cube ABCDEFGH d'arête **a** , on considère la pyramide SIJKL où

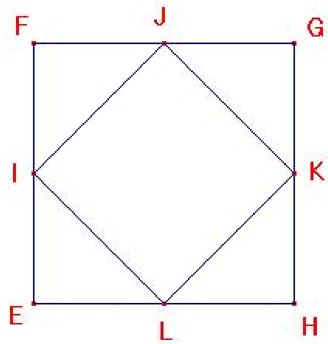
- Le sommet S de la pyramide est le centre du carré ABCD
- I , J , K , L sont les milieux respectifs des arêtes [EF] , [FG] , [GH] et [HE]

1) Faire une représentation en perspective cavalière



2 pts

2) a) Dessiner la face EFGH . Placer I , J , K et L . Quelle est l'aire de IJKL ?



Dans le triangle rectangle EIL, on a :

$IL^2 = EI^2 + EL^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{2a^2}{4}$

Donc $IL = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$A_{IJKL} = \left(\frac{a^2}{2}\right)^2 = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$ 2 pts

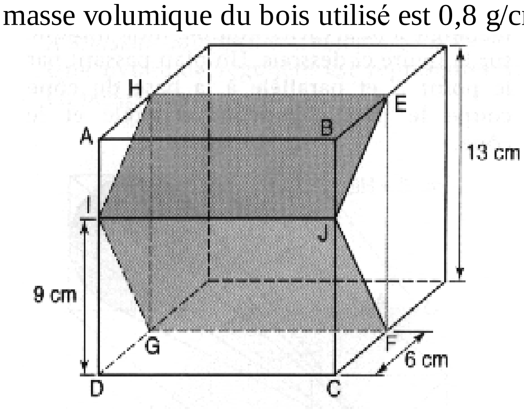
b) Calculer en fonction de **a** le volume du cube et celui de la pyramide SIJKL

$V_{cube} = a^3$ $V_{SIJKL} = \frac{A \text{ x } h}{3} = \frac{\frac{a^2}{2} \text{ x } a}{3} = \frac{\frac{a^3}{2}}{3} = \frac{a^3}{6}$ 1,5 pts

c) Quel est le rapport : $\frac{\text{Volume de la pyramide}}{\text{Volume du cube}}$? $k = \frac{\frac{a^3}{6}}{a^3} = \frac{1}{6}$ 0,5 pt

d) On imagine que la pyramide SIJKL a été découpée dans un cube de bois de 30 cm d'arête. Quel est la masse de la pyramide si la masse volumique du bois utilisé est 0,8 g/cm^3 ?

$V_{SIJKL} = \frac{30^3}{6} = \frac{27\,000}{6} = 4\,500 \text{ cm}^3$ m = 0,8 x 4 500 = 3 600 g 1 pt



II.- Trois plans coupent un cube de 13 cm de côté comme il est indiqué sur la figure .

L' un de ces plans est parallèle à la face ABCD , les deux autres plans sont parallèles à l'arête [AB] et coupent la face ABCD en [IJ] .

1) Déterminer l'aire de la section EFGH puis celle de HIJE .

$A_{EFGH} = A_{ABCD} = 13^2 = 169$ cm^2 0,5 pt

Dans le triangle rectangle AIH on a :

AI = AD – ID = 13 – 9 = 4 cm

$HI^2 = AI^2 + AH^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$ d'où $HI = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ cm

$A_{HIJE} = 13 \times 2\sqrt{13} = 26\sqrt{13}$ cm$^2 \approx 93{,}74$ cm^2 1,5 pts

2) Que dire du triangle JEF ?

Dans le triangle rectangle JFC on a : $JF^2 = JC^2 + FC^2 = 9^2 + 6^2 = 81 + 36 = 117$ d'où $JF = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$

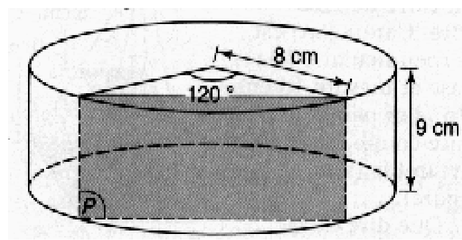
Dans le triangle EJF : $JF^2 = 117$; $JE^2 = 52$; $EF^2 = 13^2 = 169$ et $117 + 52 = 169$ donc $JF^2 + JE^2 = EF^2$

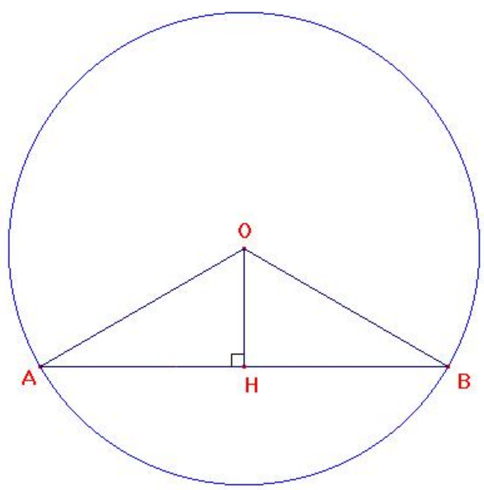
donc le triangle EJF est rectangle en J. 2 pts

III.- Un plan P coupe un cylindre de 9 cm de haut et de 8 cm de rayon comme il est indiqué sur la figure .

1) Dessiner une vue de dessus

2) Déterminer la nature et les dimensions de la section du cylindre par le plan P .





Dans le triangle rectangle OAH on a : $\widehat{AOH} = 60°$ et AO = 8 cm

D'où $\sin \widehat{AOH} = \dfrac{AH}{AO}$

donc $AH = AO \times \sin \widehat{AOH} = 8 \times \sin 60° = 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \approx 6{,}93$

$AB = 2 \times AH \approx 2 \times 6{,}93 \approx 13{,}86$ cm

donc la section est un plan de dimension 9 cm et 13,86 cm 2 pts

1 pt