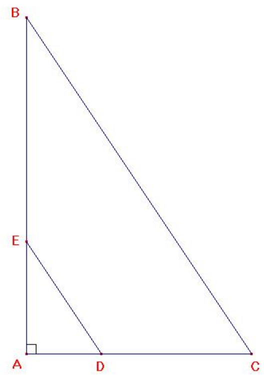
$3^{\text{ème}}$ DEVOIR DE MATHEMATIQUES n°

I -

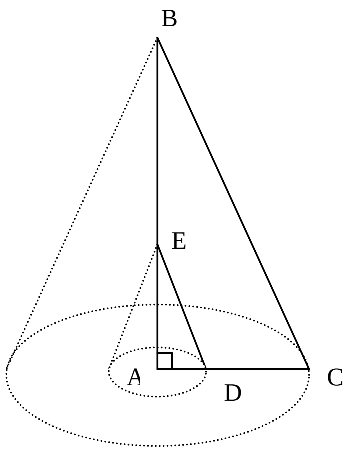


ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 9 cm et AC = 6 cm.

D est le point du segment [AC] tel que $AD = \frac{1}{3} AC$.

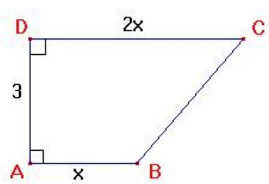
E est le point du segment [AB] tel que la droite (DE) soit parallèle à la droite (BC).

1. Reproduire la figure en grandeur réelle sur votre copie.
2. Calculer BC , puis en donner la valeur arrondie au centième.
3. Montrer par le calcul que AE = 3 cm.
4. Placer le point F sur le segment [AC] tel que AF = 4 cm.
   Placer le point G sur le segment [AB] tel que AG = 6 cm.
   Tracer le segment [FG].
5. Démontrer que la droite (FG) est parallèle à la droite (BC).



6. En tournant autour de la droite (AB) le triangle ABC engendre un cône C1 .
   AB est sa hauteur et AC est le rayon de sa base.
   a). Calculer l'aire B_1 de la base du cône en fonction de π.
   b). Calculer le volume V_1 du cône C_1 en fonction de π , puis donner la valeur du résultat arrondie au millième.
   On rappelle la formule du volume d'un cône : $V = \frac{1}{3} Bh$
7. En tournant autour de la droite (AD) le triangle AED engendre un cône C_2 , de volume V_2 .
   AE est la hauteur de ce cône,
   AD est le rayon de sa base.
   Le cône C_2 est une réduction du cône C_1.
   a) Quel est le coefficient de la réduction ?
   b) Exprimer le volume V_2 en fonction de V_1 .

II - L'unité de longueur est le centimètre ; x désigne un nombre strictement positif .

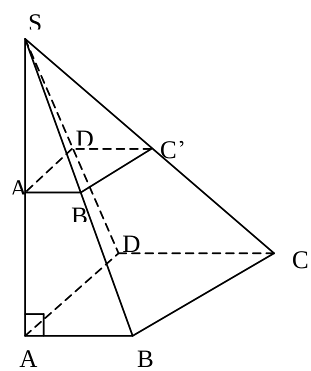


Partie I :

Soit ABCD un trapèze de bases [AB] et [DC] tel que $AB = x$;
$DC = 2x$ et $AD = 3$.
Calculer l'aire de ce trapèze en fonction de x.

Partie II

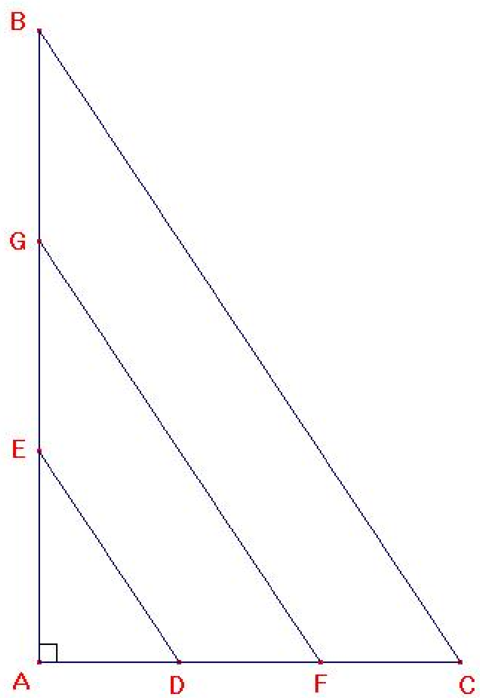
1. Une pyramide P de sommet S a pour base le trapèze ABCD et pour hauteur $SA = 4x$.
   Montrer que le volume de cette pyramide est $V = 6x^2$.
2. a). Calculer le volume de la pyramide pour $x = 2{,}5$.
   b). Pour quelle valeur de x le volume de la pyramide est-il égal à 54 cm^3 ?
3. Soit A' le milieu de [SA]. On coupe la pyramide P par un plan passant par A' et parallèle à la base ABCD.



a). Ce plan coupe la pyramide selon un trapèze A'B'C'D'.
Quelle est son aire en fonction de x ?

b). Quel est le volume de la pyramide SA'B'C'D' lorsque $x = 3$?

3° CORRECTION DU DEVOIR DE MATHEMATIQUES n°



2) dans le triangle ABC , d'après Pythagore on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$= 9^2 + 6^2$
$= 81 + 36$
$= 117$

$BC = \sqrt{117} = 3\sqrt{13} \approx 10,82$ cm 2 pts

3) E ∈ [AB], D ∈ [AC] et (DE) // (BC), d'après Thalès on a :

$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$ donc $\frac{1}{3} = \frac{AE}{9}$;$AE = \frac{9 \text{ x } 1}{3} = \frac{9}{3} = 3$ cm

2 pts

5) $\frac{AF}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $\frac{AG}{AB} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Les points A, F, C d'une part et A, G, B d'autre part sont alignés dans cet ordre et $\frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AB}$ donc d'après la réciproque de Thalès (FG) // (BC). 2 pts

1 pt

6) $B_1 = \pi r^2 = \pi \text{ x } 6^2 = 36\pi$ 1 pt $V_1 = \frac{B_1 \text{ x } h}{3} = \frac{36\pi \text{ x } 9}{3} = 108\pi \approx 339,292 \text{ cm}^3$ 1 pt

7) $k = \frac{AE}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 1 pt $V_2 = k^3 \text{ x } V_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \text{ x } 108\pi = \frac{108}{27}\pi = 4\pi \approx 12,566 \text{ cm}^3$ 1 pt

II – Partie 1 : $A = \frac{(D + d) \text{ x } h}{2} = \frac{(2x + x) \text{ x } 3}{2} = \frac{9x}{2}$ 1 pt

Partie 2 : 1) $V = \frac{A \text{ x } h}{3} = \frac{\frac{9x}{2} \text{ x } 4x}{3} = \frac{18x^2}{3} = 6x^2$ 2 pts

2) a) $V = 6 \text{ x } 2,5^2 = 37,5 \text{ cm}^3$ 1 pt

b) $6x^2 = 54$ $x^2 = 9$ donc $x = 3$ 1 pt

3) a) $k = \frac{1}{2}$ $A' = k^2 \text{ x } A = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ x } \frac{9x}{2} = \frac{9x}{8}$ 2 pts

b) $h = SA' = \frac{4 \text{ x } 3}{2} = 6$ $A' = \frac{9 \text{ x } 3}{8} = \frac{27}{8}$ $V' = \frac{A' \text{ x } h}{3} = \frac{\frac{27}{8} \text{ x } 6}{3} = \frac{27}{4} = 6,75 \text{ cm}^3$ 2 pts