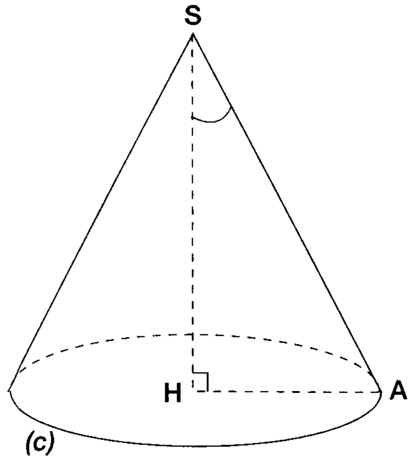
Exercice : (Rouen 1995) (3 points)
On considère un cône de révolution de sommet S et de hauteur
SH = 7 cm. Le disque de base a pour rayon 3 cm.



1) Calculer, en arrondissant au degré près, la mesure de l'angle $A\hat{S}H$.
2) Calculer le volume du cône ; on donnera la valeur exacte, puis on l'arrondira à 1 cm^3 près.

Correction :
1)Dans le triangle ASH rectangle en H :

$$\tan A\hat{S}H = \frac{\text{côté opposé à } A\hat{S}H}{\text{côté adjacent à } A\hat{S}H}$$

$$\tan A\hat{S}H = \frac{AH}{SH}$$

$$\tan A\hat{S}H = \frac{3}{7}$$

$$A\hat{S}H = \tan^{-1}\left(\frac{3}{7}\right)$$

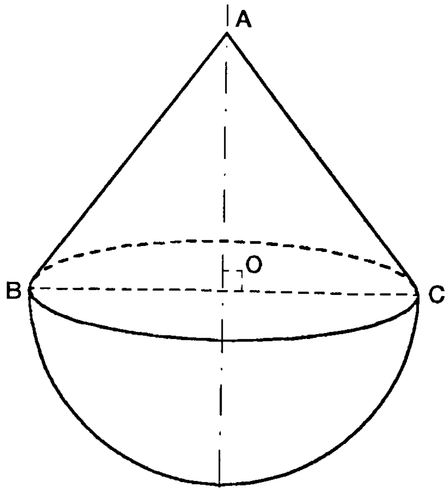
$$A\hat{S}H \approx 23°$$

2)Soit V le volume du cône :

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}pR^2h = \frac{1}{3}p \times 3^2 \times 7 = 21p$$

$$V \approx 66cm^3$$

Exercice : (Bordeaux 95) (5 points)
Un jouet (nommé culbuto) est formé d'une demi-boule surmontée d'un cône comme l'indique la figure ci-après.



On donne AB = 10 cm et BC = 12 cm.
1) Calculer la distance AO.
2) Quel est le volume du jouet arrondi au cm^3 près ?
Rappel :
• Volume de la sphère de rayon R :
$V = \frac{4}{3}pR^3$.
• Volume d'un cône de révolution d'aire de base B et de hauteur h :
$V = \frac{1}{3}Bh$
3) Calculer la mesure de l'angle $B\widehat{A}C$ au degré près.

Correction :
1) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABO rectangle en O :
$AB^2 = AO^2 + OB^2$
$10^2 = 6^2 + OB^2$
d'où $OB^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$
et OB = 8

2) • Pour la sphère :
$V = \frac{4}{3}pR^3 = \frac{4}{3}p\,6^3 = 288p$
• Pour la demi-sphère :
$288\pi : 2 = 144\pi$
• Pour le cône :
$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}pR^2h = \frac{1}{3}p \times 6^2 \times 8 = 96p$
• Pour le jouet :
$144p + 96p = 240p \approx 754cm^3$
Le volume du jouet est $754cm^3$.
3) Le triangle ABC est isocèle en A. La médiatrice (AO) est donc également bissectrice de l'angle $B\widehat{A}C$ donc $B\widehat{A}C = 2O\hat{A}C$.
Dans le triangle AOC rectangle en O.

$$\tan O\hat{A}C = \frac{côté\ opposé\ à\ O\hat{A}C}{côté\ adjacent\ à\ O\hat{A}C}$$

$$\tan O\hat{A}C = \frac{OC}{OA}$$

$$\tan O\hat{A}C = \frac{6}{8} = 0{,}75$$

$$O\hat{A}C = \tan^{-1}(0{,}75)$$

$$O\hat{A}C \approx 36{,}9°$$

$$Or\ B\hat{A}C = 2O\hat{A}C\ donc\ B\hat{A}C \approx 2 \times 36{,}9$$

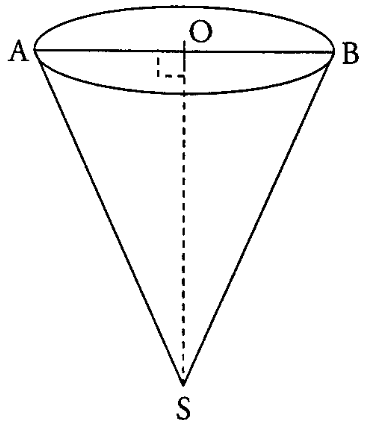
$$et\ au\ degré\ près,\ B\hat{A}C \approx 74°.$$

Exercice : (Bordeaux 98)

L'unité de longueur est le mètre.

Un réservoir d'eau a la forme d'un cône de révolution de sommet S, et de base le disque de centre O et de diamètre [AB].

AB = 5 SA = 6,5



1. Calculer la valeur, arrondie au degré, de la mesure de l'angle $O\hat{A}S$.
2. Démontrer que SO = 6.

3.a) Donner la valeur exacte du volume de ce réservoir.

b) Montrer qu'une valeur approchée de ce volume au millième près est 39,270 m^3.

4. Calculer le temps nécessaire (en heures et minutes) pour remplir ce réservoir aux deux tiers de sa capacité, avec un robinet dont le débit est de 35 litres par minute.

Correction :

1)OA = AB/2 = 2,5

Dans le triangle OAS rectangle en O :

$$\cos O\hat{A}S = \frac{\textit{côté adjacent à } O\hat{A}S}{\textit{hypoténuse}}$$

$$= \frac{OA}{AS}$$

$$\cos O\hat{A}S = \frac{2,5}{6,5}$$

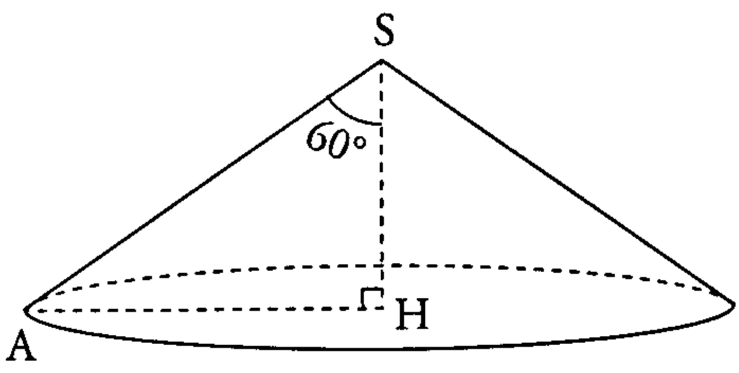
$$O\hat{A}S = \cos^{-1}\left(\frac{2,5}{6,5}\right)$$

$$O\hat{A}S \approx 67°$$

2)On applique le théorème de Pythagore dans le triangle OAS rectangle en O :
$AS^2 = OA^2 + OS^2$
$6,5^2 = 2,5^2 + OS^2$
D'où $OS^2 = 6,5^2 - 2,5^2 = 36$
Et OS=6

3)
a)Soit V le volume du cône :
$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}pR^2h = \frac{1}{3}p \times 2,5^2 \times 6 = 12,5p \ \ cm^3$$
b) Soit V le volume du cône :
$$V \approx 39cm^3$$

<u>Exercice   :</u> (**<u>Clermont 98)</u>**
L'unité de longueur est le cm.



La figure ci-contre représente un cône de révolution de sommet S et de hauteur [SH]. On sait que la longueur de la génératrice de ce cône est SA = 6 et que l'angle $H\hat{S}A$ a pour mesure 60°.

1. On rappelle que sin 60° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, cos 60° = $\frac{1}{2}$ et tan 60° = $\sqrt{3}$.
Calculer les valeurs exactes de la hauteur HS de ce cône et du rayon HA de son disque de base.
2. a) Calculer le volume du cône sous la forme $k\times\pi$, k étant un nombre entier.
b) Donner ensuite la valeur de ce volume arrondie au cm^3.

Correction:

1) Dans le triangle AHS rectangle en H, on a :

$$\cos A\hat{S}H = \frac{\textit{côté adjacent à } A\hat{S}H}{\textit{hypoténuse}}$$

$$Cos 60° = \frac{SH}{AS}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{SH}{6}$$

$$SH = 3$$

$$\sin A\hat{S}H = \frac{\textit{côté opposé à } A\hat{S}H}{\textit{hypoténuse}}$$

$$Sin 60° = \frac{AH}{AS}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{6}$$

$$2 \times AH = 6\sqrt{3}$$

$$AH = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

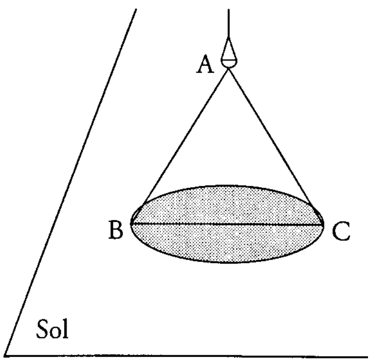
2)a)

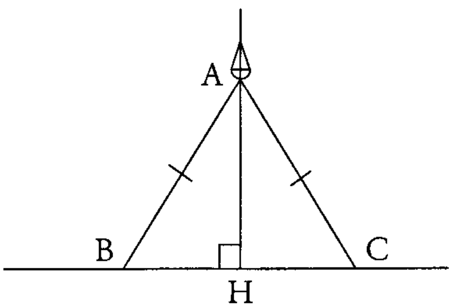
$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}pR^2h = \frac{1}{3}p \times AH^2 \times SH$$

$$V = \frac{1}{3}p \times (3\sqrt{3})^2 \times 3 = 27p\ \ cm^3$$

b) $V \approx 85cm^3$

<u>Exercice   : (Lille 98)</u>





La zone éclairée par une lampe située à 3,50 m du sol est assimilable à un cône de révolution dont la section au sol est un disque de centre H et de diamètre BC.

1. On donne $B\hat{A}C = 80°$.
Calculer HC à 0,01 prés. En déduire une valeur approchée du diamètre de la zone éclairée au sol.
2. On considère le cône dont la base est le disque de diamètre BC et de sommet A.

Calculer son volume à 1 m^3 près.

1) Puisque ABC est isocèle en A, la hauteur [AH] est aussi médiane donc H est le milieu de [BC] et aussi bissectrice de $B\hat{A}C$ donc $H\hat{A}C = \frac{1}{2}B\hat{A}C = \frac{1}{2}\times 80 = 40°$

Dans le triangle HAC rectangle en H, on a :

$$\tan H\hat{A}C = \frac{\textit{côté opposé à } H\hat{A}C}{\textit{côté adjacent à } H\hat{A}C}$$

$$\tan 40° = \frac{HC}{AH}$$

$$\tan 40° = \frac{HC}{3{,}5}$$

$$HC = 3{,}5\times \tan 40°$$

$$HC \approx 2{,}94m$$

BC=2×HC≈2×2,94≈5,88m

2)

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}pR^2h \approx \frac{1}{3}p \times 2{,}94^2 \times 3{,}5 \approx 32\ m^3$$

Exercice (Créteil 99)

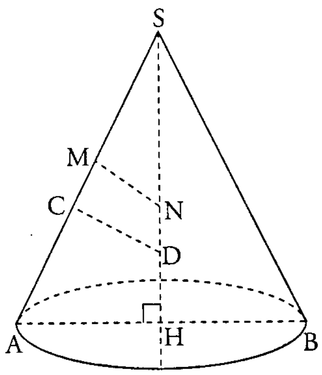
L'unité de longueur est le mètre.

Pour abriter un spectacle, on a construit un chapiteau dont la forme est un cône représenté par le schéma ci-contre.

Sur le sol horizontal, la toile du chapiteau dessine un cercle de rayon AH = 10.

Le mât, vertical, a pour longueur SH = 15.

1. Calculer le volume du chapiteau (on donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au m^3).
2. Calculer la longueur SA (on donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au cm).
3. Déterminer la mesure en degré de l'angle $A\hat{S}H$ arrondie à l'unité.



4. Pour accrocher des affiches, on a tendu deux câbles, l'un du point M au point N, l'autre du point C au point D.

Comme l'indique le schéma, M et C sont des points du segment [SA], N et D sont des points du segment [SH].

On donne : SM = 8 SN = 7 SC = 12 SD = 10,5

Les câbles sont-ils parallèles? Justifier.
5. Le plus petit des deux câbles mesure 3 m. Calculer la longueur de l'autre câble.

Correction :
1)

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}pR^2h = \frac{1}{3}p \times AH^2 \times SH$$

$$V = \frac{1}{3}p \times 10^2 \times 15 = 500p\ m^3$$

$V \approx 1571 m^3$
2)Dans le triangle SAH rectangle en H, on applique le théorème de Pythagore :
$SA^2 = SH^2 + AH^2 = 15^2 + 10^2 = 225 + 100 = 325$
D'où $SA = \sqrt{325} = \sqrt{25} \times \sqrt{13} = 5\sqrt{13}$
$SA \approx 18{,}03m$
3)Dans le triangle SAH rectangle en H, on a :

$$\tan A\hat{S}H = \frac{\textit{côté opposé à } A\hat{S}H}{\textit{côté adjacent à } A\hat{S}H}$$

$$\tan A\hat{S}H = \frac{AH}{SH}$$

$$\tan A\hat{S}H = \frac{10}{15}$$

$$A\hat{S}H = \tan^{-1}\left(\frac{10}{15}\right)$$

$$A\hat{S}H \approx 34°$$

4) Les points S,M,C et S,N,D sont alignés dans cet ordre.
De plus :

$$\frac{SM}{SC} = \frac{8}{12} = \frac{2\times 4}{3\times 4} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{SN}{SD} = \frac{7}{10{,}5} = \frac{2\times 3{,}5}{3\times 3{,}5} = \frac{2}{3}$$

Donc d'après la réciproque du Théorème de Thales, les droites (MN) et (CD) (donc les cables) sont parallèles.

5) Le plus petit des deux câbles mesure 3 m donc MN=3
Les triangles SMN et SCD sont tels que :
S,M,C et S,N,D sont alignés et (MN) // (CD).
D'après le théorème de Thales, on a :

$$\frac{SM}{SC} = \frac{SN}{SD} = \frac{MN}{CD} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{MN}{CD} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{CD} = \frac{2}{3}$$

$$CD = \frac{9}{2} = 4{,}5m$$

Le plus grand cable mesure 4,5m.