3°(activités) : factorisations et synthèse

Factoriser une somme algébrique c'est la transformer en produit.

1/ Utilisation des identités remarquables $a^2 + 2ab + b^2 =$ ou $a^2 - 2ab + b^2 =$.

Somme algébrique à factoriser	**Forme reconnue :** $a^2 + 2ab + b^2$ **ou** $a^2 - 2ab + b^2$	**Résultat de la factorisation**
$4x^2+36x+81$	$= (2x)^2 + 2\times 2x\times 9 + 9^2$	$= (2x + 9)^2$
1/ $25x^2+70x+49$	=	=
2/ $12x+9x^2+4$	=	=
3/ $25x^2+9-30x$	=	=
4/ $9x^2-24x+16$	=	=
5/ $9x^2+48x+64$	=	=
6/ $x^2-10x+25$	=	=

2/ Utilisation de l'identité remarquable $a^2 - b^2 =$ (différence de deux carrés).

Somme algébrique à factoriser	**Forme reconnue :** $a^2 - b^2$	**Résultat de la factorisation**
$4x^2 - 25$	$= (2x)^2 – 5^2$	$= (2x – 5)(2x + 5)$
1/ x^2-49	=	=
2/ $16-x^2$	=	=
3/ $64x^2-9$	=	=
$(x-1)^2-36$ (dev. $x^2 – 2x+ 35$)	$= (x – 1)^2 – 6^2$	$= [(x – 1) + 6][(x – 1) – 6]$ $= [x – 1 + 6][x – 1 – 6]$ $= (x + 5)(x – 7)$
5/ $25 – (2x + 3)^2$ (dev. $– 2x^2 – 12x + 16$)	=	= = =
6/ $(7x – 3)^2 – (3x + 7)^2$ (dev. $40x^2 – 84x – 40$)		= = =

3/ Utilisation de la distributivité en identifiant un facteur commun : k×a + k×b =

Somme algébrique à factoriser	**Forme reconnue :** **k×a + k×b**	**Résultat de la factorisation**
$6x – 15$	$= \underline{3\times}2x - \underline{3\times}5$	$= \underline{3}\,(2x – 5)$
1/ $12 + 3x$	=	=
2/ $x^2 + 7x$	=	=
3/ $14x – 7$	=	=
4/ $2x – 8x^2$	=	=
$(2x+3)(5x – 7) – (2x + 3)(x – 1)$ (dev. $8x^2 – 18$)	$=\underline{(2x+3)}(5x – 7) – \underline{(2x + 3)}(x – 1)$	$= \underline{(2x + 3)}\,[(5x – 7) – (x – 1)]$ $= (2x + 3)\,[5x – 7 – x + 1]$ $= (2x + 3)(4x – 6)$
5/ $7(x – 5) – (x – 5)(9 – 2x)$ (dev. $2x^2 – 12x + 40$)	=	= = =

6/ $(2x - 3)^2 + (2x - 3)(x + 1)$ (dev. $6x^2 - 13x + 6$)	=	= = =
7/ $(5 - x)(x + 1) - 3(5 - x)^2$ (dev. $-4x^2 + 34x - 70$)	=	= = =

4/ Lorsque le facteur commun se cache ou qu'une factorisation peut en cacher une autre.

Factoriser les expressions suivantes en suivant l'indication

$A = (2x-3)(x+1) -5(4x-6)$ (factoriser (4x-6) puis A) A = A = A = A = A =	$B = 16x^2-1 - (4x-1)(x-3)$ (factoriser $16x^2-1$ puis B) B = B = B = B = B =
$C = 18x^2-50$ (mettre 2 en facteur puis factoriser) C = C = C =	$D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$ (factoriser $6x - 9$) D = D = D = D = D =

5/ Exemples d'exercices de synthèse de type brevet.

Exercice 1 :

On considère l'expression suivante où x est un nombre quelconque :

$F = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x - 6)$

1/ Développer puis réduire F.

2/ Factoriser F.

3/ Développer puis réduire l'expression de F obtenue au 2/.

4/ En choisissant l'écriture la mieux adaptée de F, calculer la valeur de l'expression F pour les valeurs de x suivantes : 0, 1, -5, $\frac{1}{3}$ et $\frac{7}{3}$.

Exercice 2 :

1. On considère l'expression : $G = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$
   a) Développer et réduire G.
   b) Comment peut-on déduire, sans calculatrice, le résultat de $99997^2 - 99999 \times 99998$?

2. a) Factoriser l'expression : $H = (7x - 3)^2 - 9$
   b) Calculer la valeur de H pour $x = \frac{1}{7}$