

Erreur!

I / Développer un produit (rappels)

1°) Produit du type $k(a \pm b)$

Quels que soient les nombres k , a et b , on a :
 $k \cdot (a + b) = ka + kb$
 $k \cdot (a - b) = ka - kb$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction.

Exemples : $3(x + 2) = 3x + 6$ $-2(1 - 4x) = -2 + 8x$

2°) Produit du type $(a + b)(c + d)$

Quels que soient les nombres a , b , c et d , on a :

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ (« double distributivité »)
--

Lors d'un développement, il faut penser à réduire et ordonner les termes suivant les puissances décroissantes.

exemple : $(x + 3)(5 - 4x) = 5x - 4x^2 + 15 - 12x$
 $= -4x^2 - 7x + 15$

exercices d'application directe (oral et écrit)

II / Les identités remarquables

activités feuille (facultatif selon le niveau)

1°) Carré d'une somme

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (1 ^{ère} identité remarquable)

Le terme « $2ab$ » s'appelle le *double produit*.

vérification algébrique : $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$
 $= a^2 + ab + ba + b^2$
 $= a^2 + 2ab + b^2$

exemples : $(3x + 2)^2 = 9x^2 + 6x + 4$
 $(5 + 2y)^2 = 4y^2 + 20y + 25$
 $58^2 = (50 + 8)^2 = 2500 + 800 + 64 = 3364$

TD

2°) Carré d'une différence

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (2 ^{ème} identité remarquable)

faire vérification algébrique.

Exemples : $(-3)^2 = 9$; $(-2)^2 = 4$; $(-1)^2 = 1$

3°) Troisième identité remarquable

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

preuve : $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2$
 $= a^2 - b^2$

exemples : $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$
 $(10 - 3x)(10 + 3x) = 100 - 9x^2 = -9x^2 + 100$
 $103^2 - 97^2 = (100 + 3)(100 - 3) = 10000 - 9 = 9991$

TD (mélanger les trois identités)

4°) Reconnaître des identités .

$9x^2 + 12x + 4 = ?$

$49 - 4x^2 = ?$

$16 + 40x + 25x^2 = ?$

$x^2 + x + \frac{1}{4} = ?$

$y^2 - 81 = ?$

$-81 + 100x^2 = ?$

III / Factorisation

1°) Méthode : la factorisation consiste à transformer une somme (ou une différence) en un produit ; pour cela il faut :

- soit trouver un facteur commun ;
- soit trouver une identité remarquable.

C'est le procédé « inverse » du développement.

<i>Exemples</i>	<i>Méthode</i>
$A = (2x + 1)(x - 2) + 6(2x + 1)$ $= (2x + 1)[(x - 2) + 6]$ $= (2x + 1)(x + 4)$	On repère le facteur commun : $(2x + 1)$ On le met en facteur et on regroupe les autres facteurs.
$B = (x + 4)^2 - (1 - 5x)(x + 4)$ $= (x + 4)[(x + 4) - (1 - 5x)]$ $= (x + 4)[x + 4 - 1 + 5x]$ $= (x + 4)(6x + 3)$	Même principe, attention au signe moins devant la parenthèse !
$C = 4x^2 - 12x + 9$ $= (2x - 3)^2$	On reconnaît la 2 ^{ème} identité remarquable :
$D = (3x + 2)^2 - 25$ $= [(3x + 2) + 5] [(3x + 2) - 5]$ $= (3x + 7)(3x - 3)$ $= 3(x + 7)(x - 1)$	C'est une différence de deux carrés $(a^2 - b^2)$; cela se factorise en $(a + b)(a - b)$; $(3x + 2) \rightarrow a$ $5 \rightarrow b$

$E = (x + 6) - (2x + 1)$ $= [(x + 6) + (2x + 1)] [(x + 6) - (2x + 1)]$ $= [x + 6 + 2x + 1] [x + 6 - 2x - 1]$ $= (3x + 7)(-x + 5)$	<p style="text-align: center;">Différence de 2 carrés</p> $(x + 6) \rightarrow a$ $(2x + 1) \rightarrow b$
---	--

IV / Equation-produit

1°) Propriété :

Tout nombre ou expression littérale, multiplié par zéro, est égal à zéro.
Réciproquement, si un produit de facteurs est nul, alors au moins un des facteurs est nul.

2°) Exemples :

- $5x = 0 \Rightarrow x = 0$
- $3(x + 1) = 0 \Rightarrow x + 1 = 0$ (car 3 \neq 0) donc $x = -1$
- $(2x + 1)(7 - 5x) = 0 \Rightarrow$ soit $2x + 1 = 0$ donc $x = \frac{-1}{2}$



$$\text{soit } 7 - 5x = 0 \text{ donc } x = \frac{7}{5}$$

équation-produit

On dit que $\frac{-1}{2}$ et $\frac{7}{5}$ sont les deux solutions de l'équation.

Pour toute équation-produit, il faut penser à justifier la méthode en citant la propriété réciproque.

TD