1 Equation

1.1 Mettre en équation un problème

Exemple : un rectangle a un de ses côtés qui mesure 12,5 m et son aire vaut 187,5 m^2. Quelle est la mesure de l'autre côté.

1) Choix de l'inconnue : j'appelle x la longueur en mètre de l'autre côté.
2) Mise en équation en utilisant l'énoncé : $12,5 \times x = 187,5$
3) Résolution : $12,5 \times x = 187,5$
   $x = 187,5 : 12,5$
   $x = 15$
4) Vérification : $12,5 \times 15$ est-il bien égal à 187,5 ?

$12,5 \times 15 =$ **…….**187,5

5) Phrase donnant la réponse : la longueur de l'autre côté est 15 m.

1.2 Résolution d'une équation

- On peut additionner (soustraire) le même nombre dans chaque membre d'une équation

Exemples : $x + 3 = 8$

$x + 3 - 3 = 8 - 3$ $\quad$ $x + (+3) + (-3) = 8-3$

$x = 5$

$7x = 3 - x$

$7x + x = 3 - x + x$ $\quad$ $7x + x = 3 + (-x) + x$

$8x = 3$

- On peut multiplier (diviser), en entier, chaque membre de l'équation par un même nombre.

Exemples : $8x = 3$

$\frac{8x}{8} = \frac{3}{8}$

$x = \frac{3}{8}$ $\quad$ en vérifiant on a bien $8 \times \frac{3}{8} = 3$

$\frac{x}{4} = 7$

$\frac{x}{4} \times 4 = 7 \times 4$

$x = 28$ $\quad$ on a bien $\frac{28}{4} = 7$

Contre exemple : $2 + 2x = 4$

$\boxed{2 + \frac{2x}{2} = \frac{4}{2}}$

$2 + x = 2$

$x = 0$

Pourtant en vérifiant on a : $2 + 2\times0 = 2+0 = 2 \neq 4$ car le membre de gauche n'a pas été divisé en entier par 2

Exemple : $\frac{3}{x} = 8$

$$\frac{3}{x} \times x = 8 \times x$$
$$3 = 8x$$
$$\frac{3}{8} = x$$

On vérifie : $\frac{3}{\frac{3}{8}} = 3 \times \frac{8}{3} = 8$

Autre méthode : deux nombres égaux ont des inverses égaux : $\frac{3}{x} = 8$ donc $\frac{x}{3} = \frac{1}{8}$ donc $x = \frac{1}{8} \times 3$ donc $x = \frac{3}{8}$

- Pour résoudre une équation plus « complexe », il suffit d'appliquer plusieurs fois ces règles

Exemple : $7x - 4 = 5x + 7$

$$7x - 4 + 4 = 5x + 7 + 4$$
$$7x = 5x + 11$$
$$7x - 5x = 5x + 11 - 5x \qquad 7x - 5x = 5x + 11 + (-5x)$$
$$2x = 11$$
$$x = \frac{11}{2}$$
$$x = 5{,}5$$

On vérifie en deux calculs (membre de gauche puis membre de droite) :

$7 \times 5{,}5 - 4 = 38{,}5 - 4 = 34{,}5$
$5 \times 5{,}5 + 7 = 27{,}5 + 7 = 34{,}5$

1.3 Produit nul

Propriété : un produit est nul si au moins un de ses facteurs est nul.

Exemple :

$(x + 6)\,(3x - 4) = 0$

soit $x + 6 = 0$	soit $3x - 4 = 0$
$x = -6$	$3x = 4$
	$x = \frac{4}{3}$

L'équation a deux solutions -6 et $\frac{4}{3}$

Vérification :
$(-6 + 6)(3 \times (-6) - 4) = 0 \times (3 \times (-6) - 4) = 0$
et
$(\frac{4}{3} + 6)(3 \times \frac{4}{3} - 4) = (\frac{4}{3} + 6) \times 0 = 0$

1.4 Equation $x^2 = a$

1. Soit a strictement positif, l'équation $x^2 = a$ admet eux solutions, $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$

Exemples :
$x^2 = 7$
Il y a deux solutions $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

$x^2 = 25$
Il y a deux solutions 5 et –5.

2. Si a est nul l'équation $x^2 = a$ admet une seule solution, 0

$x^2 = 0$ donc $x = 0$

3. Si a est négatif l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution.

$x^2 = -9$ n'a pas de solution