

Equations du 1^{er} degré et problèmes

I. Equation du 1^{er} degré :

Définition :

une équation du premier degré se ramène toujours à la forme $ax = b$ où a et b sont des nombres.

Ex: $3(x+2) - 7(1 - x) = 2$ est une équation du premier degré, car elle se ramène à :

$$\begin{aligned}3x + 6 - 7 + 7x &= 2 \\10x - 1 &= 2 \\10x &= 3\end{aligned}$$

Ex : $3x^2 - 5 = 2$ n'est pas une équation du premier degré.

Remarques :

1) a et b peuvent être des racines.

Ex : Résoudre $\sqrt{2x} - \sqrt{7} = 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{2x} &= \sqrt{7} \\x &= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{7}{2}}\end{aligned}$$

2) a et b peuvent être des fractions.

$$\begin{aligned}\text{Ex : } \frac{2}{3}x &= \frac{4}{5} \\ \frac{\frac{2}{3}x}{\frac{2}{3}} &= \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{3}} \\ x &= \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

3) Quand dans une équation il y a beaucoup de fractions, on les met toutes sur le même dénominateur, puis on peut supprimer le dénominateur commun.

$$\begin{aligned}\text{Ex : } \frac{1}{4} + \frac{3}{8}x &= \frac{-5}{2} \\ \frac{1 \times 2}{4 \times 2} + \frac{3}{8}x &= \frac{-5 \times 4}{2 \times 4} \\ \frac{2}{8} + \frac{3}{8}x &= \frac{-20}{8} \\ 2 + 3x &= -20 \\ 3x &= -22 \\ x &= \frac{-22}{3}\end{aligned}$$

II. Résolutions de problèmes :

1. Principe sur un exemple :

Exercice 1 : (Afrique 96)

Deux frères, Marc et Jean, possèdent chacun un jardin.

L'aire du jardin de Marc est les $\frac{3}{4}$ de l'aire du jardin de Jean.

Les deux frères possèdent en tout $1\,470\text{ m}^2$.

Quelles sont les aires des jardins de Marc et de Jean ?

Résolution du problème en 5 étapes :

1) Choix de l'inconnue :

En général on choisit comme inconnue ce qui est demandé dans la question (ou l'une des choses qui sont demandées dans la question)

2) On exprime les autres inconnues en fonction de x

3) On met le problème en équation

4) On résout l'équation

5) On répond à la question et on vérifie son résultat.

1) Soit x l'aire du jardin de Jean

2) aire du jardin de Marc : $\frac{3}{4}x$

$$3) \quad x + \frac{3}{4}x = 1470$$

$$4) \quad \frac{7}{4}x = 1470$$

$$x = \frac{1470}{\frac{7}{4}} = 1470 \times \frac{4}{7} = 840$$

5) L'aire du jardin de Jean est de 840 m^2 .

L'aire du jardin de Marc est de $\frac{3}{4} \times 840 = 630\text{ m}^2$

Vérification : $840 + 630 = 1470$

2. Exercice 2 : (Afrique 1 95)

Les économies d'Olivier sont égales aux trois quarts de celles de Thomas. En réunissant leurs économies, il leur manque encore 75 F pour s'offrir un cerf-volant à 495 F.

Trouver le montant des économies de chacun d'eux.