Chapitre 3 : CALCUL LITTERAL

I. BASES DU CALCUL LITTERAL

1/ Simplifications d'écritures

a/ Sommes algébriques

Réduire les sommes algébriques suivantes en regroupant les termes de même nature :

$3\ m^2 + 6\ F + 8 + 7\ m^2 + 1 + 13\ F$ =	$7\ m^2 – 11\ F + 5 – 3\ m^2 – 16 – 4\ F$ =
$7x^2 + 15x – 8 – 15x^2 + 2x – 17x + 2$ =	$5x^2 – 8 – 2x – x^2 + 12x – 5$ =

Supprimer les parenthèses puis réduire :

Si une somme algébrique est placée entre parenthèses et est précédée d'un signe + on peut supprimer ces parenthèses et le signe + en conservant les signes des termes de cette somme algébrique. Si elle est précédée d'un signe – on peut supprimer ces parenthèses et le signe – à condition de changer tous les signes des termes de cette somme algébrique.

Exemples : $5x-2 + (4x^2-5x+3)= 5x-2 + (+4x^2-5x+3)$ et $5x-2 - (4x^2-5x+3)= 5x-2 – (+4x^2-5x+3)$.

$= 5x-2+4x^2-5x+3$. $\qquad = 5x-2-4x^2+5x-3$.

= $\qquad$ =

$3x^2-5 + (-4x^2-7x+8)=$	$x-1 - (9x^2-15x-4)=$

b/ Produits

Simplifier les produits suivants :

$3×7x =$	$6x×5 =$	$– 3×2x =$	$– 6×(– 3x) =$
$x×x =$	$7x×5x =$	$3x×(–2x) =$	$–3x×(–5x) =$
$(5x)^2 =$	$– (7x)^2 =$	$(–4x)^2 =$	$(–9x)^2 =$

2/ Développer

Développer un produit c'est le transformer en somme algébrique (que l'on réduit ensuite). Pour cela on utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction.

La distributivité « simple »

$$\mathbf{k(a + b) = ka + kb}$$

Exemple : développer $–3(5 – 4x)$

$\boxed{-3}(\boxed{5}\ \boxed{-4x}) = –3×5 + (–3)×(–4x)$

$= –15 + 12x$

La distributivité « double »

$$\mathbf{(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd}$$

Exemple : développer $(3x – 7)(5 – 4x)$

$(\boxed{3x}\ \boxed{-7})(\boxed{5}\ \boxed{-4x})$

$= 3x×5 + 3x×(–4x) + (–7)×5 + (–7)×(–4x)$

$= 15x – 12x^2 – 35 + 28x$

$= – 12x^2 + 43x –35$

Application : développer et réduire éventuellement les produits suivants

$A = 7(5 – 3x)$	$B = 2x(5x – 3)$	$C = – x(7x – 6)$
$D = (3x + 2)(4 + 5x)$	$E = (6x – 7)(1 + 2x)$	$F = (2x – 3)(5x – 4)$
$G = -3x(x – 1) + (x – 7)(2x + 3)$	$H = (x – 1)(x – 2) – (2 – 3x)(x + 2)$	

II. DEVELOPPER EN UTILISANT LES IDENTITES REMARQUABLES

Lorsqu'on veut développer une expression, on cherche à utiliser les identités remarquables avant d'utiliser la distributivité (puisque ces identités sont des raccourcis).

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
$(5x+3)^2 = (5x)^2 + 2\times5x\times3 + 3^2$ $= 25x^2 + 30x + 9$	$(4x-7)^2 = (4x)^2 - 2\times4x\times7 + 7^2$ $= 16x^2 - 56x + 49$	$(8x-6)(8x+6) = (8x)^2 - 6^2$ $= 64x^2 - 36$
$101^2 = (100+1)^2$ $= 100^2 + 2\times100\times1 + 1^2$ $= 10\,000 + 200 + 1$ $= 10\,201$	$999^2 = (1\,000-1)^2$ $= 1\,000^2 - 2\times1\,000\times1 + 1^2$ $= 1\,000\,000 - 2\,000 + 1$ $= 998\,001$	$98\times102 = (100-2)(100+2)$ $= 100^2 - 2^2$ $= 10\,000 - 4$ $= 9\,996$

III. FACTORISER

Factoriser une somme c'est la transformer en un produit. C'est l'opération inverse au développement, elle repose donc sur les mêmes règles. On cherche donc à utiliser en priorité les identités remarquables et ensuite, la distributivité, en recherchant un facteur commun.

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
$4x^2 + 20x + 25 = (2x)^2 + 2\times2x\times5 + 5^2$ $= (2x+5)^2$	$9 - 42x + 47x^2 = 3^2 - 2\times3\times7x + (7x)^2$ $= (3-7x)^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$		
$81 - 64x^2 = 9^2 - (8x)^2$ $= (9-8x)(9+8x)$	$102^2 - 98^2 = (102-98)(102+98)$ $= 4\times200$ $= 800$	$16 - (2x-3)^2 = 4^2 - (2x-3)^2$ $= [4 + (2x-3)][4 - (2x-3)]$ $= [4 + 2x - 3][4 - 2x + 3]$ $= (2x+1)(7-2x)$

Recherche d'un facteur commun : voir fiche d'exercices.