

### 3° : CALCUL LITTÉRAL : DÉVELOPPER – FACTORISER

<p style="text-align: center;"><b>Développer un produit, c'est le transformer en une somme algébrique.</b></p> <p>Pour cela on dispose <u>dans cet ordre</u> de ou des :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identités remarquables                             <ul style="list-style-type: none"> <li><math>(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math></li> <li><math>(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math></li> <li><math>(a + b)(a - b) = a^2 - b^2</math></li> </ul> </li> <li>- la distributivité « simple »                             <ul style="list-style-type: none"> <li><math>k(a + b) = ka + kb</math></li> </ul> </li> <li>- la distributivité « double »                             <ul style="list-style-type: none"> <li><math>(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd</math></li> </ul> </li> </ul> <p><i>Exemples :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>(x + 5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2</math> <math>= x^2 + 10x + 25</math></li> <li>• <math>(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2</math> <math>= 4x^2 - 12x + 9</math></li> <li>• <math>(2 - 3x)(2 + 3x) = 2^2 - (3x)^2</math> <math>= 4 - 9x^2</math></li> <li>• <math>-3(5 - 4x) = -3 \times 5 + (-3) \times (-4x)</math> <math>= -15 + 12x</math></li> <li>• <math>(3x - 7)(5 - 4x)</math> <math>= 3x \times 5 + 3x \times (-4x) + (-7) \times 5 + (-7) \times (-4x)</math> <math>= 15x - 12x^2 - 35 + 28x</math> <math>= -12x^2 + 43x - 35</math></li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Factoriser une somme algébrique, c'est la transformer en un produit.</b></p> <p>Pour cela on dispose <u>dans cet ordre</u> de ou des :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identités remarquables                             <ul style="list-style-type: none"> <li><math>a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2</math></li> <li><math>a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2</math></li> <li><math>a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)</math></li> </ul> </li> <li>- la distributivité « simple » (on recherche les facteurs communs)                             <ul style="list-style-type: none"> <li><math>ka + kb = k(a + b)</math></li> </ul> </li> </ul> <p><i>Exemples :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>9x^2 + 18x + 4 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2</math> <math>= (3x + 2)^2</math></li> <li>• <math>1 - 2x + x^2 = 1^2 - 2 \times 1 \times x + x^2</math> <math>= (1 - x)^2</math></li> <li>• <math>16x^2 - 9 = (4x)^2 - 3^2</math> <math>= (4x - 3)(4x + 3)</math></li> <li>• <math>36x^2 - 16x = 4x \times 9x - 4x \times 4</math> <math>= 4x(9x - 4)</math></li> <li>• <math>(3x - 7)(7x - 4) - (2 - 5x)(3x - 7)</math> <math>= (3x - 7) [(7x - 4) - (2 - 5x)]</math> <math>= (3x - 7)(7x - 4 - 2 + 5x)</math> <math>= (3x - 7)(12x - 6)</math></li> </ul>
<p><i>Exemple d'exercice de synthèse de type brevet :</i></p> <p>On considère l'expression suivante où x est un nombre quelconque : <math>F = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x - 8)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1/ Développer, réduire puis ordonner F.</li> <li>2/ Factoriser F.</li> <li>3/ Développer, réduire puis ordonner l'expression de F obtenue au 2/, et retrouver ainsi le résultat du 1/.</li> </ol>	
<p>1/</p> $F = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x - 8)$ $F = 9x^2 - 6x + 1 - (6x^2 - 24x - 2x + 8)$ $F = 9x^2 - 6x + 1 - 6x^2 + 24x + 2x - 8$ $F = 3x^2 + 20x - 7$	<p>2/</p> $F = (3x - 1)(3x - 1) - (3x - 1)(2x - 8)$ $F = (3x - 1)[(3x - 1) - (2x - 8)]$ $F = (3x - 1)[3x - 1 - 2x + 8]$ $F = (3x - 1)(x + 7)$
<p>3/ <math>(3x - 1)(x + 7) = 3x^2 + 21x - x - 7 = 3x^2 + 20x - 7</math>. On retrouve le résultat du 1/.</p>	