

Exercice :Poitiers 96

On donne l'expression $E = (x + 3)(2x - 3) - (2x - 3)^2$

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Factoriser E.

Correction :

1) Nous remarquons que l'expression E est une différence de deux termes $(x + 3)(2x - 3)$ et $(2x - 3)^2$

Ecrivons E sous la forme

$$E = [(x + 3)(2x - 3)] - [(2x - 3)^2]$$

Développons chacun des termes :

$$(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 9$$

$$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

et

$$(x + 3)(2x - 3) = 2x^2 - 3x + 6x - 9$$

$$(x + 3)(2x - 3) = 2x^2 + 3x - 9$$

Par conséquent,

$$D = [2x^2 + 3x - 9] - [4x^2 - 12x + 9]$$

$$D = 2x^2 + 3x - 9 - 4x^2 + 12x - 9$$

$$D = -2x^2 + 15x - 18$$

2) Nous remarquons que E peut s'écrire sous la forme :

$$E = (x + 3)(2x - 3) - (2x - 3)(2x - 3)$$

Le facteur commun est alors $(2x - 3)$. Par suite,

$$E = (2x - 3)[(x + 3) - (2x - 3)]$$

$$E = (2x - 3)[x + 3 - 2x + 3]$$

$$E = (2x - 3)[-x + 6]$$

Donc la forme factorisée de E est : $(2x - 3)(-x + 6)$

Exercice : (3 points) Nantes 95

On donne $A = (2x - 10)(x + 4) - (x + 4)^2$.

- 1) Développer et réduire A.
- 2) Factoriser A.

Correction :

1) Nous remarquons que l'expression A est une différence de deux termes $(2x - 10)(x + 4)$ et $(x + 4)^2$

Ecrivons A sous la forme

$$A = [(2x - 10)(x + 4)] - [(x + 4)^2]$$

Développons chacun des termes :

$$(x + 4)^2 = (x)^2 + 2 \times x \times 4 + 16$$

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

et

$$(2x - 10)(x + 4) = 2x^2 + 8x - 10x - 40$$

$$(2x - 10)(x + 4) = 2x^2 - 2x - 40$$

Par conséquent,

$$A = [2x^2 - 2x - 40] - [x^2 + 8x + 16]$$

$$A = 2x^2 - 2x - 40 - x^2 - 8x - 16$$

$$A = x^2 - 10x - 56$$

2) Nous remarquons que A peut s'écrire sous la forme :

$$A = (2x - 10) (x + 4) - (x + 4) (x + 4)$$

Le facteur commun est alors (x + 4). Par suite,

$$A = (x + 4) [(2x - 10) - (x + 4)]$$

$$A = (x + 4) [2x - 10 - x - 4]$$

$$A = (x + 4) [x - 14]$$

La forme factorisée de A est (x + 4) (x - 14)

Exercice 2 : (4,5 points) **Dijon 95**

On donne l'expression : $D = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x - 3)$.

1) Développer et réduire D.

2) Calculer la valeur numérique de D pour $x = -0,1$.

3) Factoriser D.

Correction :

1°) Nous remarquons que l'expression D est une différence de deux termes $(3x - 1)^2$ et $(3x - 1) (2x - 3)$

Ecrivons D sous la forme

$$D = [(3x - 1)^2] - [(3x - 1) (2x - 3)].$$

Développons chacun des termes :

$$(3x - 1)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1$$

$$(3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$$

et

$$(3x - 1) (2x - 3) = 6x^2 - 9x - 2x + 3$$

$$(3x - 1) (2x - 3) = 6x^2 - 11x + 3$$

Par conséquent,

$$D = [9x^2 - 6x + 1] - [6x^2 - 11x + 3]$$

$$D = 9x^2 - 6x + 1 - 6x^2 + 11x - 3$$

$$D = 3x^2 + 5x - 2$$

2) Nous pouvons remplacer x par la valeur 0, 1 dans l'expression développée et réduite :

$$D(0, 1) = 3 \times (-0, 1)^2 - 5 \times 0, 1 - 2$$

$$D(0, 1) = 3 \times 0,01 - 5 \times 0,1 - 2$$

$$D(0, 1) = 0, 03 - 0, 5 - 2$$

$$D(0, 1) = -2, 47$$

3) Nous remarquons que D peut s'écrire sous la forme

$$D = (3x - 1) (3x - 1) - (3x - 1) (2x - 3)$$

Le facteur commun est de ce fait (3x - 1)

$$D = (3x - 1) [(3x - 1) - (2x - 3)]$$

$$D = (3x - 1) [3x - 1 - 2x + 3]$$

$$D = (3x - 1) [x + 2]$$

Donc la forme factorisée de D est : (3x - 1) (x + 2)

Exercice Poitiers 97

On donne l'expression : $E = (3x - 2)^2 + 6(3x - 2)$.

1) Développer et réduire E.

2) Factoriser E.

3) Calculer E pour $x = -\frac{4}{3}$

1) On remarque que E est la somme deux termes.

$$E = [(3x - 2)^2] + [6(3x - 2)]$$

Il suffit alors de développer chacun d'eux.

On a

$$(3x - 2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$$

$$(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

et

$$6(3x - 2) = 18x - 12$$

Par conséquent,

$$E = [9x^2 - 12x + 4] + [18x - 12]$$

$$E = 9x^2 - 12x + 4 + 18x - 12$$

$$E = 9x^2 + 6x - 8$$

2) On remarque que E peut s'écrire sous la forme suivante :

$$E = (3x - 2)(3x - 2) + 6(3x - 2)$$

Nous voyons apparaître de fait le facteur commun $(3x - 2)$. Par suite,

$$E = (3x - 2)[(3x - 2) + 6]$$

$$E = (3x - 2)[3x - 2 + 6]$$

$$E = (3x - 2)[3x + 4]$$

$$E = (3x - 2)(3x + 4)$$

3) On peut remplacer x par $-\frac{4}{3}$ dans l'expression factorisée ; on a

$$E\left(-\frac{4}{3}\right) = \left(3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) - 2\right) \left(3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) + 4\right)$$

$$E\left(-\frac{4}{3}\right) = (-6) \times 0 = 0$$

Remarquons que nous aurions pu remplacer x par sa valeur dans l'expression développée et réduite ; on aurait alors

$$E\left(-\frac{4}{3}\right) = 9 \times \left(-\frac{4}{3}\right)^2 + 6 \times \left(-\frac{4}{3}\right) - 8$$

$$= 9 \times \frac{16}{9} - 8 - 8$$

$$= 16 - 16 = 0$$

Exercice : Rouen 97

On considère l'expression $D = (3x - 5)^2 - (2x - 1)(3x - 5)$.

1) Développer et réduire D.

2) Factoriser D.

3) Calculer D pour $x = \frac{5}{3}$.

Correction :

1) Nous remarquons que l'expression D est une différence de deux termes $(2x - 1)(3x - 5)$ et $(3x - 5)^2$

Ecrivons A sous la forme

$$D = [(3x - 5)^2] - [(2x - 1)(3x - 5)]$$

Développons chacun des termes :

$$(3x - 5)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 25$$

$$(3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

et

$$(2x - 1)(3x - 5) = 6x^2 - 10x - 3x + 5$$

$$(2x - 1)(3x - 5) = 6x^2 - 13x + 5$$

Par conséquent, nous pouvons écrire :

$$D = [9x^2 - 30x + 25] - [6x^2 - 13x + 5]$$

$$D = 9x^2 - 30x + 25 - 6x^2 + 13x - 5$$

$$D = 3x^2 - 17x + 20$$

2) Nous remarquons que D peut s'écrire sous la forme :

$$D = (3x - 5)(3x - 5) - (2x - 1)(3x - 5)$$

Le facteur commun est alors $(3x - 5)$. Par suite,

$$D = (3x - 5)[(3x - 5) - (2x - 1)]$$

$$D = (3x - 5)[3x - 5 - 2x + 1]$$

$$D = (3x - 5)[x - 4]$$

La forme factorisée de A est $(3x - 5)(x - 4)$

3) Il suffit de remplacer x par sa valeur dans l'expression factorisée du 2).

On a :

$$\begin{aligned} D\left(\frac{5}{3}\right) &= \left(3 \times \frac{5}{3} - 5\right) \left(\frac{5}{3} - 4\right) \\ &= (5 - 5) \left(\frac{5 - 12}{3}\right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Exercice 3 : (4,5 points) Aix 95

On considère l'expression : $D = (x - 3)^2 + (x - 3)(2x + 5)$.

1) Développer et réduire D.

2) Factoriser D.

3) Résoudre l'équation : $(x - 3)(3x + 2) = 0$.

Correction :

1) Remarquons que D est une somme de deux termes dont le premier est de la forme $(a - b)^2$
On le développera en se servant de la deuxième égalité remarquable :

$$D = [(x - 3)^2] + [(x - 3)(2x + 5).]$$

$$D = [x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2] + [2x^2 + 5x - 6x - 15]$$

$$D = [x^2 - 6x + 9] + [2x^2 - x - 15]$$

$$D = x^2 - 6x + 9 + 2x^2 - x - 15$$

$$D = 3x^2 - 7x - 6$$

2) Nous pouvons écrire D sous la forme :

$$D = (x - 3)(x - 3) + (x - 3)(2x + 5).$$

Le facteur commun est donc $(2x - 3)$; D'où :

$$D = (x - 3)[(x - 3) + (2x + 5)]$$

$$D = (x - 3)[x - 3 + 2x + 5]$$

$$D = (x - 3)[3x + 2]$$

$$D = (x - 3)(3x + 2)$$

3) Nous considérons l'équation $(x - 3)(3x + 2) = 0$.

Comme le produit $(x - 3)(3x + 2)$ est nul, alors l'un au moins des deux facteurs est nul, c'est à dire :

$$(x - 3) = 0 \quad \text{ou} \quad (3x + 2) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 2 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{2}{3}$$

Les solutions de l'équation produit sont exactement 3 et $-\frac{2}{3}$

Exercice : (5 points) Polynésie 95

Soit $P = (x - 2)(2x + 1) - (2x + 1)^2$.

1) Développer et réduire l'expression P.

2) Factoriser P.

3) Résoudre l'équation $(2x + 1)(x + 3) = 0$.

4) Pour $x = -\frac{2}{3}$ écrire la valeur de P sous forme fractionnaire.

Correction :

1) Remarquons que P est une différence de deux termes dont le second est de la forme $(a + b)^2$

On le développera en se servant de la première égalité remarquable :

$$P = [(x - 2)(2x + 1)] - [(2x + 1)^2]$$

$$P = [2x^2 + x - 4x - 2] - [(2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2]$$

$$P = [2x^2 - 3x - 2] - [4x^2 + 4x + 1]$$

$$P = 2x^2 - 3x - 2 - 4x^2 - 4x - 1$$

$$P = -2x^2 - 7x - 3$$

2) Nous pouvons écrire P sous la forme :

$$P = (x - 2)(2x + 1) - (2x + 1)(2x + 1).$$

Le facteur commun est donc $(2x + 1)$

$$P = (2x + 1)[(x - 2) - (2x + 1)]$$

$$P = (2x + 1)[x - 2 - 2x - 1]$$

$$P = (2x + 1)[-x - 3]$$

$$P = (2x + 1)(-x - 3)$$

3) Nous considérons l'équation $(2x + 1)(x - 3) = 0$

Comme le produit $(2x + 1)(x - 3)$ est nul, alors l'un au moins des deux facteurs est nul, c'est-à-dire :

$$(2x + 1) = 0 \quad \text{ou} \quad (x - 3) = 0$$

$$2x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-1}{2} \quad \text{ou} \quad x = 3$$

Les solutions de l'équation produit sont exactement 3 et $-\frac{1}{2}$

Exercice : (Caen 95) (4,5 points)

Soit l'expression $E = x^2 - 4 - (x + 2)(3x - 5)$.

1) Développer E.

2) Calculer E lorsque $x = \frac{1}{2}$.

3) Factoriser $x^2 - 4$. En déduire une factorisation de E.

4) Résoudre l'équation $(x + 2)(3 - 2x) = 0$.

Correction :

1) $E = x^2 - 4 - (x + 2)(3x - 5)$

$$E = x^2 - 4 - [(x + 2)(3x - 5)]$$

$$E = x^2 - 4 - [3x^2 - 5x + 6x - 10]$$

$$E = x^2 - 4 - [3x^2 + x - 10]$$

$$E = x^2 - 4 - 3x^2 - x + 10$$

$$E = -2x^2 - x + 6$$

2) On remplace x par $\frac{1}{2}$ dans la forme développée et réduite :

$$E\left(\frac{1}{2}\right) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 6$$

$$= -2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 6$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 6$$

$$= -1 + 6 = 5$$

3) $x^2 - 4 = x^2 - 2^2$ On reconnaît la différence de 2 carrés. Donc on utilise la formule :

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \text{ avec } A=x \text{ et } B=2$$

$$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$$

D'où :

$$E = x^2 - 4 - (x + 2)(3x - 5)$$

$$E = \underline{(x + 2)}(x - 2) - \underline{(x + 2)}(3x - 5)$$

$$E = \underline{(x + 2)}[(x - 2) - (3x - 5)]$$

$$E = \underline{(x + 2)}[x - 2 - 3x + 5]$$

$$E = \underline{(x + 2)}(-2x + 3)$$

Remarque : si on développe la forme factorisée :

$$E = \underline{(x + 2)}(-2x + 3) = -2x^2 + 3x - 4x + 6 = -2x^2 - x + 6$$

on retrouve bien le résultat de la question 1)

$$4) (x + 2)(3 - 2x) = 0$$

Comme le produit $(x + 2)(3 - 2x)$ est nul, alors l'un au moins des deux facteurs est nul, c'est-à-dire :

$$(x + 2) = 0 \quad \text{ou} \quad (3 - 2x) = 0$$

$$x + 2 = 0 \quad \text{ou} \quad 3 - 2x = 0$$

$$x = -2 \quad \text{ou} \quad x = \frac{3}{2}$$

Les solutions de l'équation produit sont exactement -2 et $\frac{3}{2}$

Exercice : (Afrique3 1995) (5 points)

$$E = (2x - 5)^2 - (3x + 1)^2$$

1) Développer et réduire E.

2) Après avoir remarqué que E est du modèle $a^2 - b^2$, écrire E sous la forme d'un produit de 2 facteurs.

3) Calculer E lorsque $x = -1$, puis lorsque $x = 10^{-2}$.

4) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $(5x - 4)(-x - 6) = 0$.

Correction :

1)

$$E = (2x - 5)^2 - (3x + 1)^2$$

$$E = [(2x - 5)^2] - [(3x + 1)^2]$$

$$E = [(2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2] - [(3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2]$$

$$E = [4x^2 - 20x + 25] - [9x^2 + 6x + 1]$$

$$E = 4x^2 - 20x + 25 - 9x^2 - 6x - 1$$

$$E = -5x^2 - 26x + 24$$

2) E est la différence de 2 carrés. On peut donc appliquer la formule :

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \text{ avec } A = (2x - 5) \text{ et } B = (3x + 1)$$

$$E = (2x - 5)^2 - (3x + 1)^2$$

$$= [(2x - 5) + (3x + 1)][(2x - 5) - (3x + 1)]$$

$$= [2x - 5 + 3x + 1][2x - 5 - 3x - 1]$$

$$= [5x - 4][-x - 6]$$

Remarque :

Si on développe la forme factorisée :

$$E = [5x - 4][-x - 6] = -5x^2 - 30x + 4x + 24 = -5x^2 - 26x + 24$$

On retrouve bien le résultat de la question 1.

3) On peut utiliser au choix la forme factorisée ou développée :

$$E = -5x^2 - 26x + 24$$

$$E(-1) = -5 \times (-1)^2 - 26 \times (-1) + 24$$

$$E(-1) = -5 \times 1 + 26 + 24$$

$$E(-1) = -5 + 26 + 24 = 45$$

$$E(10^{-2}) = -2 \times (10^{-2})^2 - 26 \times 10^{-2} + 24$$

$$E(10^{-2}) = -2 \times 0,0001 - 0,26 + 24$$

$$E(10^{-2}) = -0,0002 - 0,26 + 24 = 23,7398$$

$$4) (5x - 4)(-x - 6) = 0$$

Comme le produit $(5x - 4)(-x - 6)$ est nul, alors l'un au moins des deux facteurs est nul, c'est-à-dire :

$$(-x - 6) = 0 \quad \text{ou} \quad (5x - 4) = 0$$

$$-x - 6 = 0 \quad \text{ou} \quad 5x - 4 = 0$$

$$x = -6 \quad \text{ou} \quad x = \frac{4}{5}$$

Les solutions de l'équation produit sont exactement -6 et $\frac{4}{5}$

Exercice _____ : (Lyon 96)

Soit l'expression $E = (x - 1)^2 - 4$.

1) Calculer E pour $x = 0$.

2) Calculer la valeur exacte de E pour $x = \sqrt{2}$.

3) Factoriser E .

4) Résoudre l'équation : $(x + 1)(x - 3) = 0$.

Correction :

1)

$$E = (x - 1)^2 - 4$$

$$E(0) = (0 - 1)^2 - 4 = (-1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$$

2)

$$E(\sqrt{2}) = (\sqrt{2} - 1)^2 - 4$$

$$= \sqrt{2}^2 + 1^2 - 2 \times \sqrt{2} - 4$$

$$= 2 + 1 - 2\sqrt{2} - 4$$

$$= -1 - 2\sqrt{2}$$

$$3) E = (x - 1)^2 - 4 = (x - 1)^2 - 2^2$$

E est la différence de 2 carrés. On peut donc appliquer la formule :

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \text{ avec } A = (x - 1) \text{ et } B = 2$$

$$E = (x - 1)^2 - 2^2$$

$$E = [(x - 1) + 2][(x - 1) - 2]$$

$$E = [x - 1 + 2][x - 1 - 2]$$

$$E = (x + 1)(x - 3)$$

$$4) (x + 1)(x - 3) = 0$$

Comme le produit $(x + 1)(x - 3)$ est nul, alors l'un au moins des deux facteurs est nul, c'est-à-dire :

$$(x + 1) = 0 \quad \text{ou} \quad (x - 3) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 3 = 0$$

$$x = -1 \quad \text{ou} \quad x = 3$$

Les solutions de l'équation produit sont exactement -1 et 3

Exercice : (Dijon 97)

On donne $E = (2x + 3)^2 - 16$.

1) Montrer que E peut s'écrire : $E = 4x^2 + 12x - 7$.

2) Calculer E pour $x = 2$, $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1 - \sqrt{2}$.

3) Factoriser E.

4) Résoudre l'équation : $(2x + 7)(2x - 1) = 0$.

Correction :

1)

$$E = (2x + 3)^2 - 16$$

$$E = [(2x + 3)^2] - 16$$

$$E = [(2x)^2 + 3^2 + 2 \times 2x \times 3] - 16$$

$$E = [4x^2 + 9 + 12x] - 16$$

$$E = 4x^2 + 9 + 12x - 16$$

$$E = 4x^2 + 12x - 7$$

$$2) E = 4x^2 + 12x - 7$$

$$E(2) = 4 \times 2^2 + 12 \times 2 - 7$$

$$E(2) = 16 + 24 - 7 = 33$$

$$E\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12 \times \frac{1}{2} - 7$$

$$= 4 \times \frac{1}{4} + 6 - 7$$

$$= 1 + 6 - 7 = 0$$

Remarque ; en remplaçant dans la forme de départ :

$$E\left(\frac{1}{2}\right) = \left(2 \times \frac{1}{2} + 3\right)^2 - 16$$

$$= 4^2 - 16$$

$$= 0$$

$$\begin{aligned}
E(1-\sqrt{2}) &= (2 \times (1-\sqrt{2}) + 3)^2 - 16 \\
&= (2 - 2\sqrt{2} + 3)^2 - 16 \\
&= (5 - 2\sqrt{2})^2 - 16 \\
&= 5^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 5 \times 2\sqrt{2} - 16 \\
&= 25 + 4 \times 2 - 20\sqrt{2} - 16 \\
&= 17 - 20\sqrt{2}
\end{aligned}$$

$$3) E = (2x + 3)^2 - 16 = (2x + 3)^2 - 4^2.$$

E est la différence de 2 carrés. On peut donc appliquer la formule :

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \text{ avec } A=(2x + 3) \text{ et } B=4$$

$$\begin{aligned}
E &= (2x + 3)^2 - 4^2 \\
&= [(2x + 3) + 4][(2x + 3) - 4] \\
&= [2x + 3 + 4][2x + 3 - 4] \\
&= [2x + 7][2x - 1]
\end{aligned}$$

Remarque :

Si on développe la forme factorisée :

$$E = [2x + 7][2x - 1] = 4x^2 - 2x + 14x - 7 = 4x^2 + 12x - 7$$

On retrouve bien le résultat de la question 1.

$$4) (2x + 7)(2x - 1) = 0.$$

Comme le produit $(2x + 7)(2x - 1)$ est nul, alors l'un au moins des deux facteurs est nul, c'est-à-dire :

$$\begin{array}{lll}
(2x + 7) = 0 & \text{ou} & (2x - 1) = 0 \\
2x + 7 = 0 & \text{ou} & 2x - 1 = 0 \\
x = -\frac{7}{2} & \text{ou} & x = \frac{1}{2}
\end{array}$$

Les solutions de l'équation produit sont exactement $-\frac{7}{2}$ et $\frac{1}{2}$

Exercice :Dijon 96

On considère l'expression $D = (2x - 7)^2 - 36$.

1) Développer et réduire D.

2) Factoriser D.

3) Calculer la valeur exacte de D quand $x = \sqrt{2}$.

Correction :

1) Nous nous apercevons de suite que l'expression D est une différence deux carrés :

$(2x - 7)$ et 6

Or

Comme $(2x - 7)^2$ est le carré d'une différence, nous pouvons utiliser la deuxième égalité remarquable $(A - B)^2 = (A)^2 - 2 \times A \times B + (B)^2$.

Par conséquent, $(2x - 7)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 7 + (7)^2$

$$(2x - 7)^2 = 4x^2 - 28x + 49$$

D'où

$$D = [(2x - 7)^2] - 36.$$

$$D = [4x^2 - 28x + 49] - 36$$

$$D = 4x^2 - 28x + 49 - 36$$

$$D = 4x^2 - 28x + 13$$

2)

La recherche d'un facteur commun se révèle inutile dans la mesure où le deuxième terme est un nombre.

En revanche, l'analyse de l'expression amène à voir que D n'est rien d'autre qu'une différence de deux carrés : $(2x - 7)^2$ et $36 = (6)^2$

On a alors la troisième égalité remarquable :

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

Donc, en posant dans la formule $A = (2x - 7)$ et $B = 6$,

$$F = [(2x - 7) + 6][(2x - 7) - 6]$$

$$F = [2x - 7 + 6][2x - 7 - 6]$$

$$F = [2x - 1][2x - 13]$$

3) Pour calculer $D(\sqrt{2})$, il est préférable de remplacer x par la valeur $\sqrt{2}$ dans l'expression développée et réduite (pour utiliser la définition de la racine carrée d'un nombre)

On a :

$$D(\sqrt{2}) = 4 \times (\sqrt{2})^2 - 28 \times \sqrt{2} + 13$$

$$= 4 \times 2 - 28\sqrt{2} + 13$$

$$= 8 + 13 - 28\sqrt{2}$$

$$= 21 - 28\sqrt{2}$$

Exercice : (Nantes 99)

1. Reproduire et compléter le tableau en appliquant le programme de calcul aux nombres indiqués. (On ne demande pas d'explications.)

Nombre choisi au départ	4	0	$\frac{7}{2}$	x
Résultat final				

Choisis un nombre.

Calcule son double.

Soustrais 1.

Calcule le carré du résultat obtenu.

Soustrais 36.

Note le résultat final.

2. On considère l'expression : $R = (2x - 1)^2 - 36$.

a) Développer l'expression R.

Quelle est la valeur de R pour $x = 0$?

b) Factoriser l'expression R.

3. Résoudre l'équation : $(2x + 5)(2x - 7) = 0$.

4. Quels nombres peut-on choisir pour obtenir un résultat final nul lorsqu'on leur applique le programme de calcul de la question 1.?

(Expliquer la réponse donnée.)

Correction :

1)

Nombre choisi au départ	4	0	$\frac{7}{2}$	x
Résultat final	13	-35	0	$(2x - 1)^2 - 36$

2)

a)

$$R = (2x - 1)^2 - 36$$

$$R = [(2x - 1)^2] - 36$$

$$R = [(2x)^2 + 1^2 - 2 \times 2x \times 1] - 36$$

$$R = 4x^2 + 1 - 4x - 36$$

$$R = 4x^2 - 4x - 35$$

$$R(0) = -35$$

b)

$$R = (2x - 1)^2 - 36 = (2x - 1)^2 - 6^2$$

R est la différence de 2 carrés. On peut donc appliquer la formule :

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \text{ avec } A = (2x - 1) \text{ et } B = 6$$

$$R = (2x - 1)^2 - 6^2$$

$$= [(2x - 1) + 6][(2x - 1) - 6]$$

$$= [2x - 1 + 6][2x - 1 - 6]$$

$$= (2x + 5)(2x - 7)$$

c)

$$(2x + 5)(2x - 7) = 0$$

Comme le produit $R(x) = (2x + 5)(2x - 7)$ est nul, alors l'un au moins des deux facteurs est nul, c'est-à-dire :

$$(2x - 7) = 0 \quad \text{ou} \quad (2x + 5) = 0$$

$$2x - 7 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x + 5 = 0$$

$$x = \frac{7}{2} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{5}{2}$$

Les solutions de l'équation produit sont exactement $\frac{7}{2}$ et $-\frac{5}{2}$

4) Les nombres sont les solutions de l'équation précédente puisque pour un nombre x, le

résultat après le programme de calcul est R(x). Or $R(x) = 0$ quand $x = \frac{7}{2}$ ou $x = -\frac{5}{2}$