<u>Exercice : (Afrique 99)</u>

Soit E l'expression définie par : $E = 9 - x^2$.

Factoriser l'expression E.

Correction :

E est la différence de 2 carrés.

On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = 3$ et $b = x$.

D'où $E = 9 - x^2$

$= (3 - x)(3 + x)$

<u>Exercice : (Japon 96)</u>

soit $A = (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)^2$

1) Ecrire A sous la forme d'un produit de deux facteurs.

2) Calculer la valeur prise par A si x = 1,5.

Correction :

1. $A = (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)^2$
   $= (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)(2x - 3)$
   $= (2x - 3)[(x + 7) - (2x - 3)]$
   $= (2x - 3)[x + 7 - 2x + 3]$
   $=(2x - 3)[-x + 10]$
   $=(2x - 3)(-x + 10)$
2. On remplace x dans la forme factorisée :

$A = (2x - 3)(-x + 10) = (2 \times 1{,}5 - 3)(-1{,}5 + 10)$

$= 0 \times 8{,}5 = 0$

<u>Exercice : (Orléans 1995)</u> (2 points)

Factoriser l'expression $F = (2x + 1)^2 - 16$.

Correction :

La recherche d'un facteur commun se révèle inutile dans la mesure où le deuxième terme est un nombre.

En revanche, l'analyse de l'expression amène à voir que F n'est rien d'autre qu'une différence de deux carrés : $16 = (4)^2$ et $(2x + 1)^2$

On a alors la troisième égalité remarquable :

$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$

Donc, en posant dans la formule $A = (2x + 1)$ et $B = 4$,

$F = [(2x + 1) + 4][(2x + 1) - 4]$

$F = [2x + 1 + 4][2x + 1 - 4]$

$F = [2x + 5][2x - 3]$

<u>Exercice : (Créteil 96)</u>

Factoriser l'expression : $D = (2x+ 1)^2 - 64$.

Correction :

La recherche d’un facteur commun se révèle inutile dans la mesure où le deuxième terme est un nombre.
En revanche, l’analyse de l’expression amène à voir que F n’est rien d’autre qu’une différence de deux carrés : $64 = (8)^2$ et $(2x + 1)^2$
On a alors la troisième égalité remarquable :
$A^2 - B^2 = (A + B) (A – B)$
Donc, en posant dans la formule $A = (2x + 1)$ et $B = 8$,
$F = [(2x + 1) + 8] [(2x + 1) – 8]$
$F = [2x + 1 + 8] [2x + 1 – 8]$
$F = [2x + 9] [2x – 7]$

Exercice : (Inter_acad_ sept 97)
Soit l'expression $E = (2x+ 3)^2 - 16$.
Factoriser E.

Correction :
E est la différence de 2 carrés.
On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b) (a - b)$ avec $a = (2x + 3)$ et $b = 4$.
$E = (2x+ 3)^2 - 16 = (2x+ 3)^2 - 4^2$
$= [(2x + 3) + 4] [(2x + 3) - 4]$
$= [2x + 3 + 4] [2x + 3 - 4]$
$= [2x + 7] [2x - 1]$
$= (2x + 7)(2x - 1)$

Exercice : (Orléans 96)
On donne l'expression $E = 25 - (3x+2)^2$.
1) Factoriser E.
2) Calculer la valeur de E pour $x = -\frac{7}{3}$.

Correction :
1)La recherche d’un facteur commun se révèle inutile dans la mesure où le deuxième terme est un nombre.
En revanche, l’analyse de l’expression amène à voir que E n’est rien d’autre qu’une différence de deux carrés : $25 = (5)^2$ et $(3x + 2)^2$
On applique alors la troisième égalité remarquable :
$A^2 - B^2 = (A + B) (A – B)$
Donc, en posant dans la formule $A = 5$ et $B = (3x + 2)$
$F = [5 + (3x + 2)] [5 - (3x + 2)]$
$F = [5 + 3x + 2] [5 – 3x - 2]$
$F = [7 + 3x] [- 3x + 3]$

2) Il est préférable de remplacer x par la valeur $-\frac{7}{3}$ dans l’expression factorisée parce que les calculs sont plus simples.
En effet, le premier facteur de l’expression factorisée est alors égale à zéro, donc :
$$E\left(-\frac{7}{3}\right) = 0$$

Exercice : (Nantes 98)
on considère l'expression : $E = (3x - 1)^2 - 81$.
1. Calculer la valeur de E lorsque $x= 0$.
2. Calculer la valeur de E lorsque $x = \frac{10}{3}$.
3. Factoriser E.

Correction :
1. $E(0) = (3 \times 0- 1)^2 - 81 = (-1)^2 - 81 = 1 - 81 = -80$
2.
$$E\left(\frac{10}{3}\right) = \left(3\times\frac{10}{3}-1\right)^2 - 81$$
$$= (10-1)^2 - 81$$
$$= 9^2 - 81 = 81 - 81 = 0$$
3. E est la différence de 2 carrés.
On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = (3x - 1)$ et $b = 9$.
$E = (3x - 1)^2 - 81= (3x - 1)^2 - 9^2$
$= [(3x - 1) + 9] [(3x - 1) - 9]$
$= [3x - 1 + 9] [3x - 1 - 9]$
$= [3x + 8] [3x - 10]$
$= (3x + 8)(3x - 10)$

Exercice 3 : (2 points) **Lille 95**
On donne $E = (2x - 1)(x+ 8) + (x+ 8)^2$.
1) Développer et réduire E.
2) Ecrire E sous la forme d'un produit de deux facteurs.

Correction :
1) $E= [(2x – 1)(x + 8)] +[(x + 8)^2]$
Nous avons d'une part :
$(2x - 1)(x + 8) = 2x^2 +16x –x – 8$
$(2x - 1)(x + 8) = 2x^2 + 15x - 8$
et d'autre part
$(x + 8)^2 = x^2 +2x \times 8 +8^2$
$(x + 8)^2 = x^2 + 16x + 64$
Par suite,
$E = [2x^2+15x –8] + [x^2+16x + 64]$
$E = 2x^2 + 15x - 8 + x^2 + 16x + 64$
$E = 3x^2 + 31x + 56$

2) L'expression peut s'écrire sous la forme suivante :
$E = (2x - 1) (x+ 8) + (x+ 8)(x+8)$
Par conséquent, nous voyons apparaître comme facteur commun $(x+8)$.
$E = (x + 8)[(2x- 1) + (x + 8)]$
$E = (x + 8)[2x-1 + x + 8]$
$E = (x + 8) [3x + 7]$

$E = (x + 8)(3x - 7)$

<u>Exercice (Dijon_septembre 95)</u>

On considère l'expression :

$E = 9x^2 - 16 - (2x - 3)(3x + 4)$

1. Développer et réduire l'expression E.
2. Factoriser $9x^2 - 16$ puis l'expression E.
3. Calculer la valeur numérique de E pour $x = -1,5$.

Correction :

1. $E = 9x^2 - 16 - (2x - 3)(3x + 4)$

$= 9x^2 - 16 - [(2x - 3)(3x + 4)]$

$= 9x^2 - 16 - [2x \times 3x + 2x \times 4 - 3 \times 3x - 3 \times 4]$

$= 9x^2 - 16 - [6x^2 + 8x - 9x - 12]$

$= 9x^2 - 16 - [6x^2 - x - 12]$

$= 9x^2 - 16 - 6x^2 + x + 12$

$= 3x^2 + x - 4$

2. $9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2$

On reconnaît la différence de 2 carrés.

On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = (3x)$ et $b = 4$.

$9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2$

$= (3x - 4)(3x + 4)$

$E = 9x^2 - 16 \qquad - (2x - 3)(3x + 4)$

$= (3x - 4)(3x + 4) - (2x - 3)(3x + 4)$

$= (3x + 4)[(3x - 4) - (2x - 3)]$

$= (3x + 4)[3x - 4 - 2x + 3]$

$= (3x + 4)[x - 1]$

$= (3x + 4)(x - 1)$

3. On utilise la forme factorisée :

$E(-1,5) = (3 \times (-1,5) + 4)(-1,5 - 1)$

$= (-4,5 + 4)(-2,5)$

$= (-0,5) \times (-2,5) = 1,25$