

Exercice 2 : (Nantes 97)

On pose $B = (x+7)^2 + 3(x+7)$.

- 1) Développer et réduire B.
- 2) Factoriser B.

Correction :

$$\begin{aligned}
 1^\circ) B &= [(x+7)(x+7)] + [3(x+7)] \\
 &= [x^2 + 7x + 7x + 49] + [3x + 21] \\
 &= [x^2 + 14x + 49] + [3x + 21] \\
 &= x^2 + 14x + 49 + 3x + 21 \\
 &= x^2 + 17x + 70
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2^\circ) B &= (x+7)^2 + 3(x+7) \\
 &= (x+7)(x+7) + 3(x+7) \\
 &= (x+7)[(x+7) + 3] \\
 &= (x+7)[x+7+3] \\
 &= (x+7)[x+10] \\
 &= (x+7)(x+10)
 \end{aligned}$$

Exercice 3 : (Creteil 1995)

On donne $E = (2x-1)(x+8) + (x+8)^2$.

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Ecrire E sous la forme d'un produit de deux facteurs.

Correction :

$$\begin{aligned}
 1^\circ) E &= [(2x-1)(x+8)] + [(x+8)(x+8)] \\
 E &= [2x^2 + 16x - x - 8] + [x^2 + 8x + 8x + 64] \\
 E &= [2x^2 + 15x - 8] + [x^2 + 16x + 64] \\
 E &= 2x^2 + 15x - 8 + x^2 + 16x + 64 \\
 E &= 3x^2 + 31x + 56
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2^\circ) E &= (2x-1)(x+8) + (x+8)(x+8) \\
 E &= (x+8)[(2x-1) + (x+8)] \\
 E &= (x+8)[2x-1+x+8] \\
 E &= (x+8)[3x+7] \\
 E &= (x+8)(3x+7)
 \end{aligned}$$

Exercice : (Orléans 98)

On donne l'expression $C = (5x+4)(2x+3) + (2x+3)^2$.

1. Développer et réduire C.
2. Factoriser C.

Correction :

$$\begin{aligned}
 1^\circ) C &= [(5x+4)(2x+3)] + [(2x+3)^2] \\
 &= [(5x+4)(2x+3)] + [(2x+3)(2x+3)] \\
 &= [10x^2 + 15x + 8x + 12] + [4x^2 + 6x + 6x + 9] \\
 &= [10x^2 + 23x + 12] + [4x^2 + 12x + 9] \\
 &= 10x^2 + 23x + 12 + 4x^2 + 12x + 9 \\
 &= 14x^2 + 35x + 21
 \end{aligned}$$

$$2^\circ) C = (5x+4)(2x+3) + (2x+3)(2x+3)$$

$$\begin{aligned}
&= (2x + 3) [(5x + 4) + (2x + 3)] \\
&= (2x + 3) [5x + 4 + 2x + 3] \\
&= (2x + 3) [7x + 7] \\
&= (2x + 3) (7x + 7)
\end{aligned}$$

Exercice 2 : (Antilles 96)

Soit l'expression $D = -2x(3x - 5) + (x + 7)(3x - 5)$.

1) Développer puis réduire D.

2) Calculer D pour $x = \frac{5}{3}$.

3) Factoriser D.

Correction :

$$\begin{aligned}
1^\circ) D &= -2x(3x - 5) + (x + 7)(3x - 5) \\
&= [-2x(3x - 5)] + [(x + 7)(3x - 5)] \\
&= [-2x \times 3x + 10x] + [x \times 3x - 5x + 21x - 35] \\
&= [-6x^2 + 10x] + [3x^2 - 5x + 21x - 35] \\
&= -6x^2 + 10x + 3x^2 - 5x + 21x - 35 \\
&= -3x^2 + 26x - 35
\end{aligned}$$

2°)

$$D\left(\frac{5}{3}\right) = -3 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 26 \times \frac{5}{3} - 35$$

$$D\left(\frac{5}{3}\right) = -3 \times \frac{25}{9} + \frac{130}{3} - 35$$

$$D\left(\frac{5}{3}\right) = -\frac{25}{3} + \frac{130}{3} - \frac{35}{1}$$

$$D\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{-25 + 130}{3} - \frac{35 \times 3}{1 \times 3}$$

$$D\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{105}{3} - \frac{105}{3} = 0$$

$$\begin{aligned}
3^\circ) D(x) &= (3x - 5)[-2x + (x + 7)] \\
&= (3x - 5)[-2x + x + 7] \\
&= (3x - 5)[-x + 7] \\
&= (3x - 5)(-x + 7)
\end{aligned}$$

Exercice : (créteil 96)

On considère l'expression suivante :

$$A = (x - 3)(x + 7) - (2x - 7)(x - 3)$$

1) Développe A.

2) Factorise A.

3) Calcule la valeur de A et celles des expressions que vous avez trouvées aux questions 1) et

2) pour $x = 3$.

Ces trois résultats étaient-ils prévisibles ? Explique pourquoi.

Correction :

$$\begin{aligned}
1^\circ) A &= [(x-3)(x+7)] - [(2x-7)(x-3)] \\
&= [x^2 + 7x - 3x - 21] - [2x^2 - 6x - 7x + 21] \\
&= [x^2 + 4x - 21] - [2x^2 - 13x + 21] \\
&= x^2 + 4x - 21 - 2x^2 + 13x - 21 \\
&= -x^2 + 17x - 42
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2^\circ) A &= (x - 3)[(x + 7) - (2x - 7)] \\
&= (x - 3)[x + 7 - 2x + 7] \\
&= (x - 3)[-x + 14] \\
&= (x - 3)(-x + 14)
\end{aligned}$$

3°) première expression de A :

$$\begin{aligned}
A(3) &= (0 - 3)(0 + 7) - (6 - 7)(3 - 3) \\
&= (0)(7) - (-1)(0) \\
&= 0
\end{aligned}$$

Expression développée de A :

$$\begin{aligned}
A(3) &= -(3)^2 + 17 \times 3 - 42 \\
&= -9 + 51 - 42 \\
&= -51 + 51 \\
&= 0
\end{aligned}$$

Expression factorisée de A :

$$\begin{aligned}
A(3) &= (3 - 3)(-3 + 14) \\
&= (0)(11) = 0
\end{aligned}$$

Ces trois résultats sont prévisibles car les expressions développées et factorisées désignent la même expression de A.

Exercice 2 : (Nantes 95)

On donne l'expression : $E = (3x - 2)^2 - 6(3x - 2)$.

1) Développer et réduire E.

2) Factoriser E.

3) Calculer E pour $x = \frac{2}{3}$.

Correction :

$$\begin{aligned}
1^\circ) E &= [(3x - 2)^2] - [6(3x - 2)] \\
E &= [(3x - 2)(3x - 2)] - [6(3x - 2)] \\
E &= [9x^2 - 2 \times 3x - 2 \times 3x + 4] - [18x - 12] \\
E &= [9x^2 - 12x + 4] - [18x - 12] \\
E &= 9x^2 - 12x + 4 - 18x + 12 \\
E &= 9x^2 - 30x + 16
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2^\circ) E &= (3x - 2)(3x - 2) - 6(3x - 2) \\
E &= (3x - 2)[(3x - 2) - 6] \\
E &= (3x - 2)[3x - 2 - 6] \\
E &= (3x - 2)[3x - 8] \\
E &= (3x - 2)(3x - 8)
\end{aligned}$$

3°) on remplace x par sa valeur dans l'expression factorisée :

$$3E\left(\frac{2}{3}\right) = 0 \text{ car } 3 \times \frac{2}{3} - 2 = 2 - 2 = 0$$

Exercice 3: (caen 98)

On considère l'expression : $F = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1)$.

1. Développer et réduire F.

2. Factoriser F.

3. Calculer F Pour $x = -\frac{2}{3}$.

Correction :

$$\begin{aligned} 1^\circ) F &= [(2x + 3)^2] + [(2x + 3)(x - 1)] \\ F &= [(2x + 3)(2x + 3)] + [(2x + 3)(x - 1)] \\ F &= [4x^2 + 6x + 6x + 9] + [2x^2 - 2x + 3x - 3] \\ F &= [4x^2 + 12x + 9] + [2x^2 + x - 3] \\ F &= 4x^2 + 12x + 9 + 2x^2 + x - 3 \\ F &= 6x^2 + 13x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) F &= (2x + 3)(2x + 3) + (2x + 3)(x - 1) \\ F &= (2x + 3)[(2x + 3) + (x - 1)] \\ F &= (2x + 3)[2x + 3 + x - 1] \\ F &= (2x + 3)[3x + 2] \\ F &= (2x + 3)(3x + 2) \end{aligned}$$

3°) Comme l'expression factorisée est identique à l'expression donnée dès le départ, il suffit de remplacer dans l'expression du 2°) le x par la valeur donnée.

$$F\left(-\frac{2}{3}\right) = \left(2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 3\right) \left(3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 2\right) = \left(-\frac{4}{3} + 3\right) (-2 + 2) = 0$$