# DROITES , EQUATIONS ET INEQUATIONS

b.Delap@wanadoo.fr

Utiliser un graphique pour résoudre des inéquations à une seule inconnue.

## 1er cas : les valeurs sont toutes positives :

***Sur le graphique, on peut retrouver les solutions de certaines équations et inéquations :***

***Pour gagner 1 200 Fr. en une semaine**, il faut résoudre l'équation 50x + 400 = 1 200*
*La solution est l'abscisse du point de la droite dont l'ordonnée est égale à 1 200.*
*On cherche le point de la droite dont l'ordonnée est égale à 1 200 (déplacement horizontal à partir de la valeur 1 200 sur l'axe des ordonnées, jusqu'au point de la courbe. )*
*Puis on cherche l'abscisse de ce point (déplacement vertical de ce point jusqu'à l'axe des abscisses).*
*On obtient ici la valeur x = 16.*
*Vérification : si x = 16 , y = 16 × 50 + 400 = 800 + 400 = 1 200.*

***Pour gagner au moins 825 Fr. en une semaine**, il s'agit de résoudre l'inéquation :*
*50x + 400 ≥ 825 :*
*On cherche la valeur de x correspondant à la valeur 825 de y de la manière expliquée précédemment. Elle se situe entre 8 et 9.*
*Les solutions de l'inéquation sont toutes les valeurs de x supérieures à cette valeur.*
*Comme x ne peut prendre que des valeurs entières et que l'on cherche la valeur minimale de x, la solution est x = 9.*
*Vérification : si x = 9, alors y = 400 + 9 × 50 = 850.*

*Résolution algébrique de l'inéquation : 50x + 400 ≥ 825*

*Alors* $50x \geq 825 - 400$

$50x \geq 425$

$x \geq \frac{425}{50} \qquad x \geq 8,5 \qquad \text{donc } x = 9$

## 2ème cas : Les valeurs utilisées sont quelconques

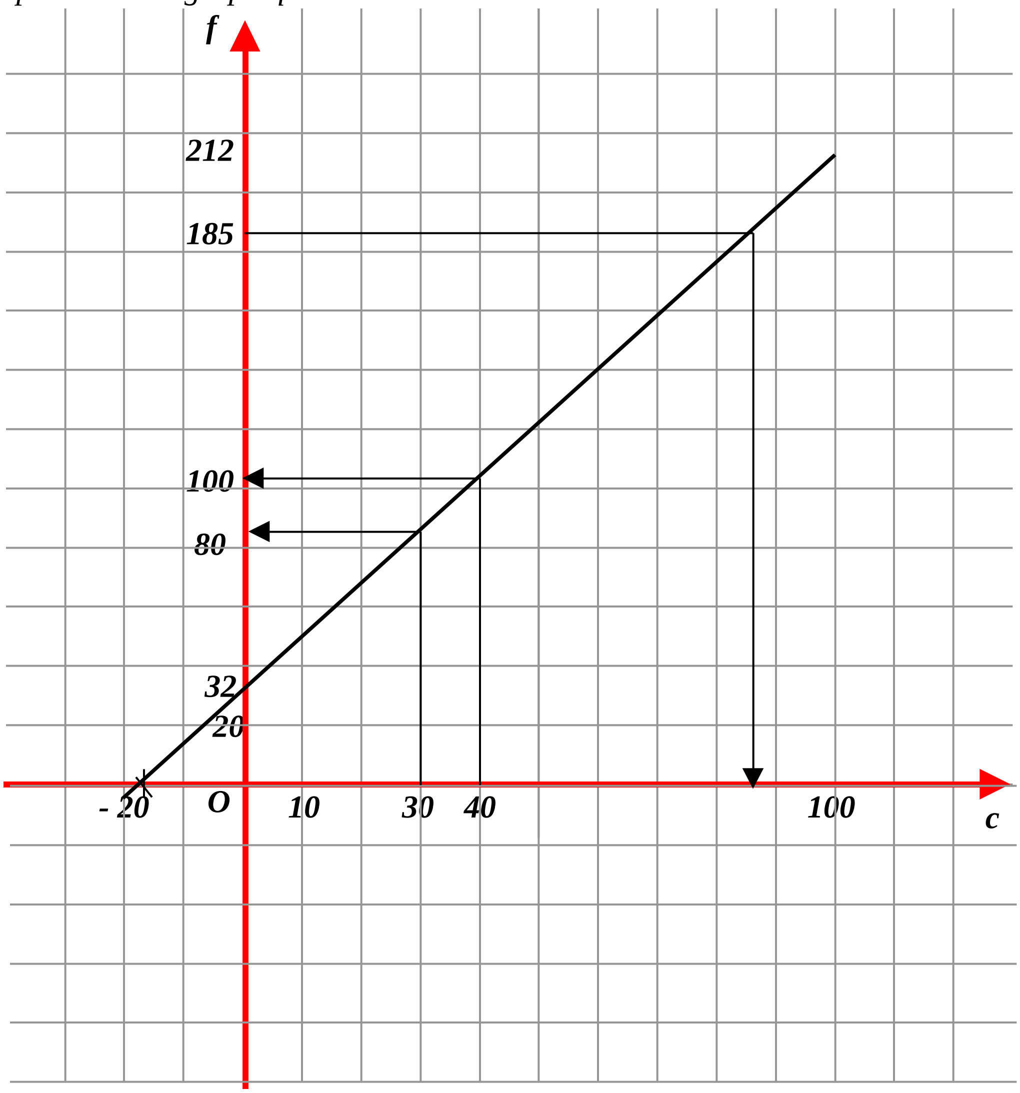
*La correspondance entre degrés Celsius et degrés Fahrenheit est une application affine.*
*Le tableau proposé permet de retrouver cette application affine :*

| | L'eau gèle à | L'eau bout à |
|---|---|---|
| C (degrés Celsius) | 0°C | 100°C |
| F (degrés Fahrenheit) | 32°F | 212°F |

*Pour exprimer f en fonction de c, on cherche les valeurs de a et de b pour avoir l'égalité : f = ac + b.*
*De la première colonne du tableau on obtient b = 32.*
*De la deuxième colonne, on obtient : 212 = 100a + 32 ; ce qui donne* $a = \frac{212 - 32}{100} = 1,8$

*Donc* ***f = 1,8c + 32***

*Représentation graphique :*



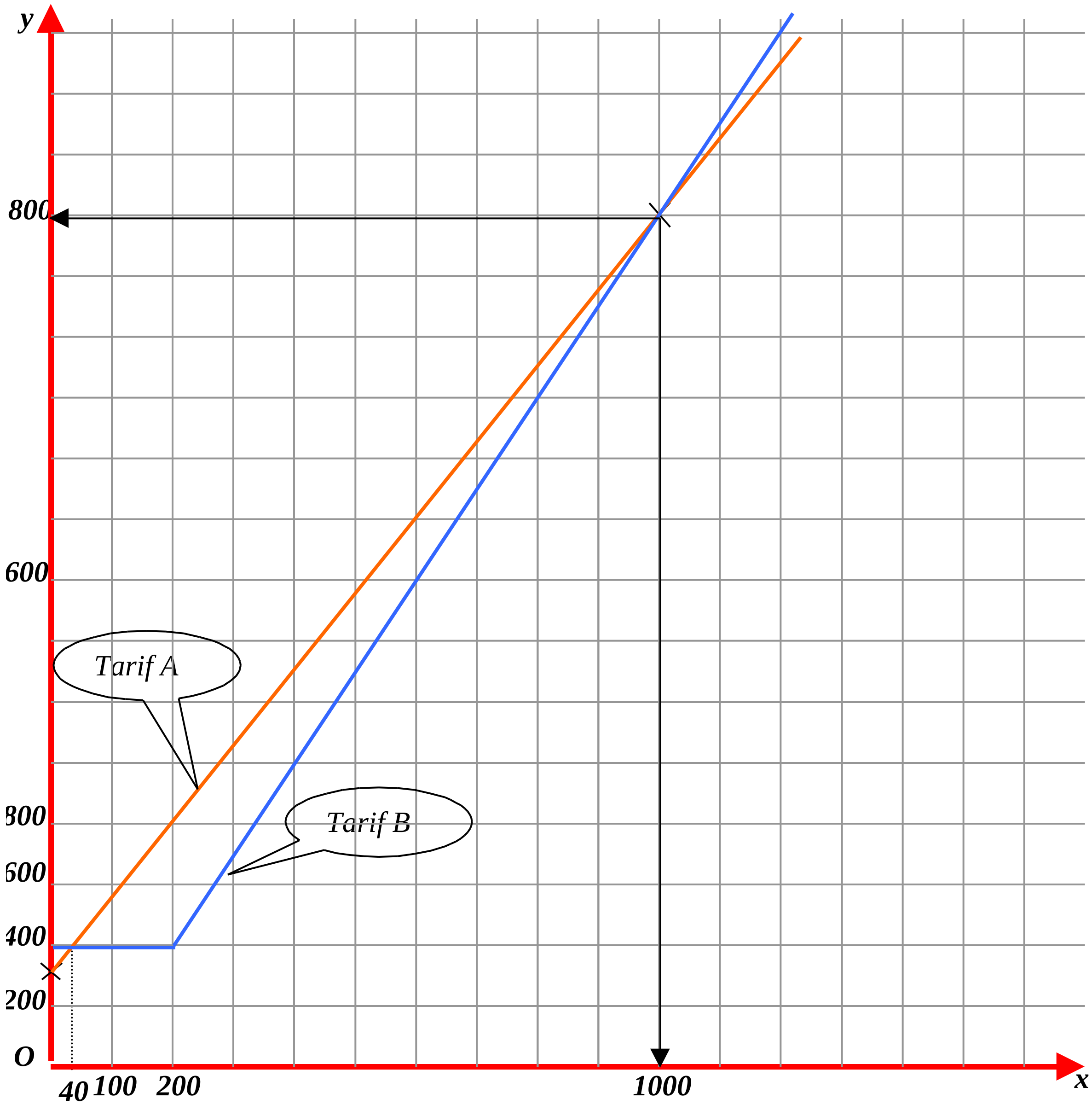

*Une simple lecture graphique permet de compléter approximativement un tableau de correspondance. Le calcul permet de retrouver les valeurs exactes :*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *c (en °c)* | *30* | *40* | ***85*** | ***≈ - 18*** |
| *f (en °f)* | ***86*** | ***104*** | *185* | *0* |

***3ème cas : Comparer deux fonctions***

*Tarifs de location : On veut comparer deux tarifs de locations de voitures.*
*Agence A : forfait de 300 Fr. et 2,50 Fr. par km*
*Agence B : forfait de 400 Fr. (comprenant 200 km) et 3 Fr. par km supplémentaire au-delà de 200 km.*

*Tarif A : 300 Fr. plus 2,50 Fr. du km :* ***A = 2,5x + 300***
*Tarif B : jusqu'à 200 km : B = 400 Fr. après 200 km : il faut payer 400 Fr. de forfait, plus 3 Fr. par km, mais il faut décompter 3 Fr. pour chacun des 200 premiers km, soit 600 km. Donc dans ce deuxième cas, on payera : 400 + 3x - 600 =* ***3x - 200****.*




*Le tarif A est plus avantageux pour une distance inférieure à 40 km, et pour une distance supérieure à 1 000 km.*
*Par contre pour une distance comprise entre 40 et 1 000 km, c'est le tarif B qui est le plus avantageux.*
*Pour vérifier par le calcul, il suffit de résoudre les deux inéquations :*
$300 + 2{,}5x \leq 400$ et $300 + 2{,}5x \leq 3x - 200$
*qui donnent comme solutions :* $x \leq 40$ *pour la première et* $x \geq 1000$ *pour la deuxième.*

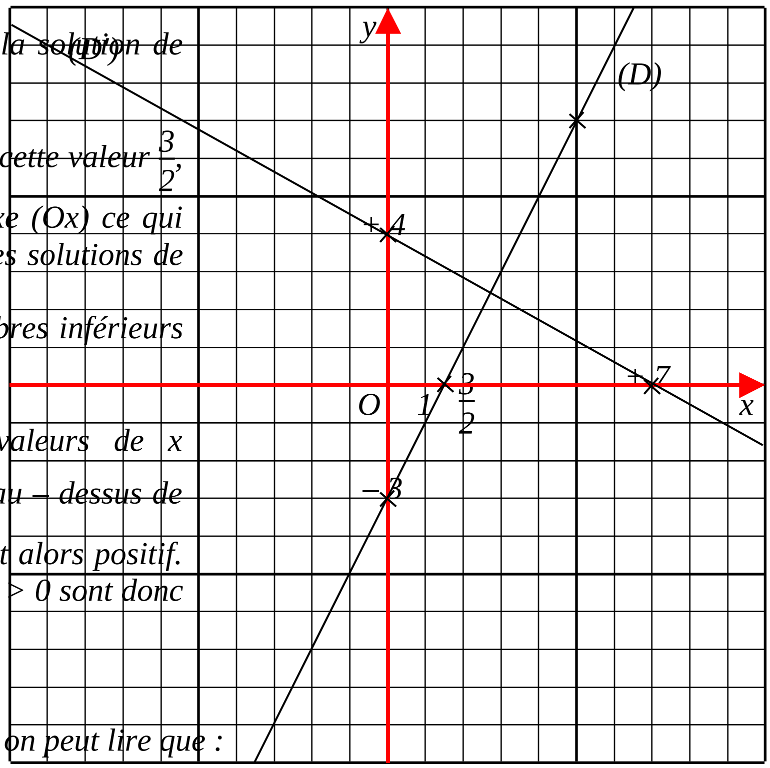
Lecture graphique de solutions

*Toute droite sécante aux axes admet une équation de la forme $y = ax + b$.*
*La représentation graphique de cette droite permet de lire les solutions :*

- *de l'équation $ax + b = 0$*
- *des inéquations $ax + b > 0$ et $ax + b < 0$*

***Par exemple :***

*Soient (D) d'équation : $y = 2x - 3$ et (D') d'équation : $y = -\frac{4}{7}x + 4$*




*(D) coupe (Ox) en $\frac{3}{2}$ qui est donc la solution de l'équation : $2x - 3 = 0$.*

*Pour toute valeur de x inférieure à cette valeur $\frac{3}{2}$, , la droite est au – dessous de l'axe (Ox) ce qui implique que y est alors négatif. Les solutions de l'inéquation $2x - 3 < 0$ sont donc tous les nombres inférieurs à $\frac{3}{2}$.*

*Au contraire, pour toutes les valeurs de x supérieures à $\frac{3}{2}$ , la droite (D) est au – dessus de l'axe (Ox) ce qui implique que y est alors positif. Les solutions de l'inéquation $2x - 3 > 0$ sont donc tous les nombres supérieurs à $\frac{3}{2}$.*

*De même en utilisant la droite (D'), on peut lire que :*

- *7 est la solution de $-\frac{4}{7}x + 4 = 0$*
- *Les solutions de $-\frac{4}{7}x + 4 < 0$ sont les nombres supérieurs à 7, car (D') est au–dessous de l'axe des abscisses lorsque $x > 7$*
- *Les solutions de $-\frac{4}{7}x + 4 > 0$ sont les nombres inférieurs à 7, car (D') est au–dessus de l'axe des abscisses lorsque $x < 7$*

Influence de la pente

*Si la pente a est positive, la droite est croissante, abscisses et ordonnées varient dans le même sens.*
*Ce qui se traduit algébriquement par :*
***Si $a > 0$, et si $x < x'$ , alors $ax + b < ax' + b$***

*Si la pente a est négative, la droite est décroissante, abscisses et ordonnées varient en sens contraires.*
*Ce qui se traduit algébriquement par :*
***Si $a < 0$, et si $x < x'$ , alors $ax + b > ax' + b$***

*On résume cela par deux règles analogues aux règles concernant les équations :*
***Règle d'addition :***
*On peut ajouter un même nombre aux deux membres d'une inéquation.*

***Règle de multiplication :***
- *Si on multiplie les deux membres d'une inéquation par un même nombre positif, l'inégalité ne change pas de sens*
- *Si on multiplie les deux membres d'une inéquation par un même nombre **négatif**, **l'inégalité change de sens***

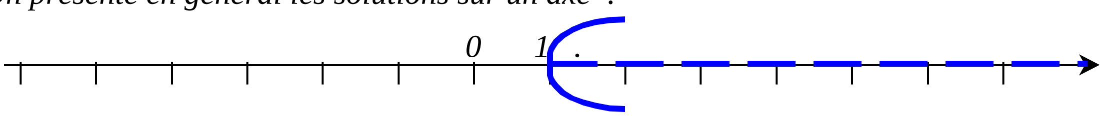
Résolution algébrique d'inéquations

*La résolution d'une inéquation est assez semblable à celle d'une équation. Elle se compose en général d'une phase de simplification d'écriture, puis d'une phase de résolution proprement dite qui utilise les deux règles énoncées ci – dessus.*

*Par exemple :*

| | |
|---|---|
| *Résolution de l'inéquation :* | $3(2x - 1) + 2(5x - 4) > x + 4$ |
| *On développe :* | $6x - 3 + 10x - 8 > x + 4$ |
| *On réduit :* | $16x - 11 > x + 4$ |
| *On ajoute $- x + 11$ aux deux membres :* | $15x > 15$ |
| *On divise les deux membres par 15 :* | $\mathbf{x > 1}$ |

*On présente en général les solutions sur un axe :*




*Il faut être vigilant quant à l'utilisation de cette dernière règle :*

$$\begin{aligned} x - (5x - 7) &< 3(x - 1) + 1 \\ -4x + 7 &< 3x - 2 \\ -7x &< -9 \\ x &> \frac{9}{7} \end{aligned}$$

*L'inégalité change de sens car on divise par le **négatif** – 7*