1 Ordre et comparaison

1.1 Comparaison de fractions

<u>Propriété</u> : on ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant (ou divisant) le numérateur et le dénominateur par le même nombre.

Exemples : $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$

$\frac{24}{16} = \frac{24 : 4}{16 : 4} = \frac{6}{4} = \frac{6 : 2}{4 : 2} = \frac{3}{2}$

<u>Propriétés</u> :

- Si deux fractions ont le même dénominateur, c'est celle qui a le plus grand numérateur qui est la plus grande.
- Si deux fractions ont le même numérateur, c'est celle qui a le plus petit dénominateur qui est la plus grande.

<u>Exemples</u> : $\frac{7}{3} < \frac{13}{3}$

$\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$

$\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$

<u>Propriétés</u> :

- Une fraction dont le numérateur est plus grand que le dénominateur est supérieure à 1.
- Une fraction dont le numérateur est plus petit que le dénominateur est inférieure à 1.

<u>Exemples</u> : $\frac{8}{3} > 1$

$\frac{6}{7} < 1$

Si on ne peut appliquer directement une de ces méthodes on peut :

- trouver un dénominateur commun à chaque fraction

<u>Exemple</u> : $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{8}$ on a $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ donc $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$

- comparer les fractions à un même nombre

<u>Exemple</u> : $\frac{5}{4}$ et $\frac{1}{3}$ on a $\frac{5}{4} > 1$ et $1 > \frac{1}{3}$ donc $\frac{5}{4} > \frac{1}{3}$

- comparer les troncatures à un même rang

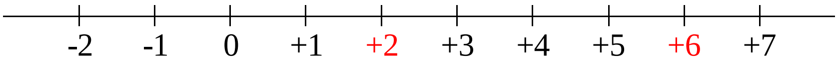
Exemple : $\frac{35}{127}$ et $\frac{32}{119}$

La troncature de $\frac{35}{127}$ au centième est 0,27 et celle de $\frac{32}{119}$ est 0,26 donc $\frac{35}{127} > \frac{32}{119}$

1.2 Comparaison de nombres relatifs

- Si deux nombres sont positifs, le plus grand est celui qui a la plus grande valeur absolue.

Exemples :
+2 < +6



$+\frac{6}{5} < +\frac{8}{5}$

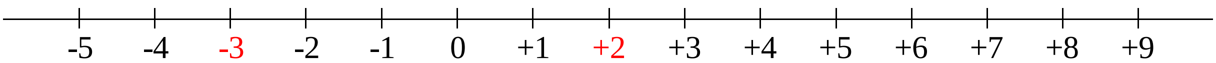
- Si deux nombres sont négatifs le plus grand est celui qui a la plus petite valeur absolue

Exemples :
-4 < -2

$-\frac{19}{3} < -\frac{11}{3}$

- Si deux nombres sont de signes différents le plus grand est le nombre positif.

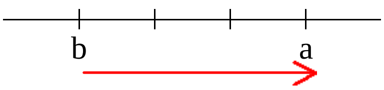
Exemple :
-3 < +2



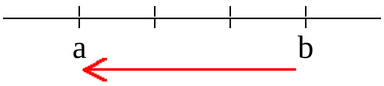
1.3 Signe de la différence

Propriété : Soit a et b deux relatifs

Si a – b>0 alors a > b



si a – b<0 alors a<b



Exemple : si $x - 2>0$ alors $x > 2$

2 Ordre et opérations

2.1 Inégalité

$7 + 6 > 9 - 3$ est une inégalité composée de deux membres, $7 + 6$ et $9 - 3$.

2.2 Addition et soustraction

Propriété : ajouter (ou soustraire) aux deux membres d'une inégalité le même nombre ne change pas la comparaison des deux membres.

Exemples : $5 < 8$ donc $5 + 6{,}56 < 8 + 6{,}56$
$-2 > -8$ donc $-2 + \sqrt{3} > -8 + \sqrt{3}$
si $x > 5$ alors $x - 9 > -4$

2.3 Multiplication et division

Propriété : Multiplier (ou diviser), en entier, les deux membres d'une inégalité par un nombre strictement positif ne change pas la comparaison entre ces deux membres.

Exemples : $14 > 5$ donc $14 \times 9{,}4575 > 5 \times 9{,}4575$
$-6 < 3$ donc $-6\sqrt{5} < 3\sqrt{5}$
si $\frac{x}{3} > 9$ alors $x > 9 \times 3$

Propriété : Multiplier (ou diviser), en entier, les deux membres d'une inégalité par un nombre strictement négatif change la comparaison entre ses deux membres.

Exemple : $2 < 4$ et $2 \times (-5) = -10$ et $4 \times (-5) = -20$ donc $2 \times (-5) > 4 \times (-5)$

3 Inéquation

3.1 Définition

$3x + 2 < 6x + 7$ est une inéquation composée de deux membres : $3x + 2$ et $6x - 7$. Le signe < sera appelé (dans ce cours) le sens de l'inéquation.

La résoudre c'est trouver tous les nombres x (ou un encadrement de ces x) qui vérifient cette inégalité.

5 est une solution de $3x + 2 < 6x - 7$ car $3 \times 5 + 2 = 17$ et $6 \times 5 + 7 = 37$ donc $3 \times 5 + 2 < 6 \times 5 + 7$
-4 n'est pas une solution car $3 \times (-4) + 2 = -10$ et $6 \times (-4) + 7 = -17$ donc $3 \times 1 + 2 \geq 6 \times 1 + 7$

3.2 Résolution

Règle 1 : on peut additionner (ou soustraire) le même nombre dans chaque membre d'une inéquation sans en changer le sens.

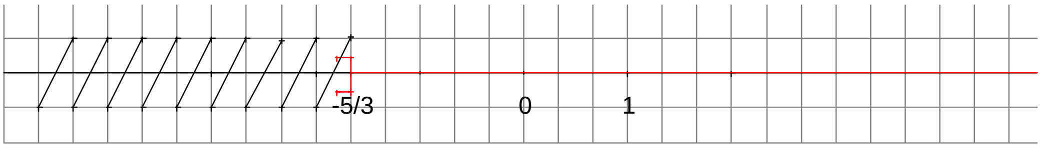
Règle 2 : on peut multiplier (ou diviser) par le même nombre positif les deux membres d'une inéquation sans en changer les sens.

Règle 3 : multiplier (ou diviser) par le même nombre négatif les deux membres d'une inéquation en change le sens.

$3x + 2 < 6x + 7$
$3x - 6x < 7 - 2$
$-3x < 5$
$x > -\frac{5}{3}$

Tous les x supérieurs strictement à $-\frac{5}{3}$ sont solutions de l'inéquation.

Représentation graphique :



Les solutions sont dans la zone non-hachurée. (Le crochet indique que $-\frac{5}{3}$ fait partie de la zone non-hachurée)

Pour vérifier, on vérifie deux choses :

* la valeur « frontière » $-\frac{5}{3}$: $3 \times -\frac{5}{3} + 2 = -5 + 2 = -3$ et $6 \times -\frac{5}{3} + 7 = -10 + 7 = -3$

* le sens de l'inéquation. On choisit n'importe quel nombre plus grand que $-\frac{5}{3}$ et on vérifie s'il fait bien partie des solutions. Par exemple 1 : $3 \times 1 + 2 = 5$ et $6 \times 1 + 7 = 13$ on a bien $3 \times 1 + 2 < 6 \times 1 + 7$