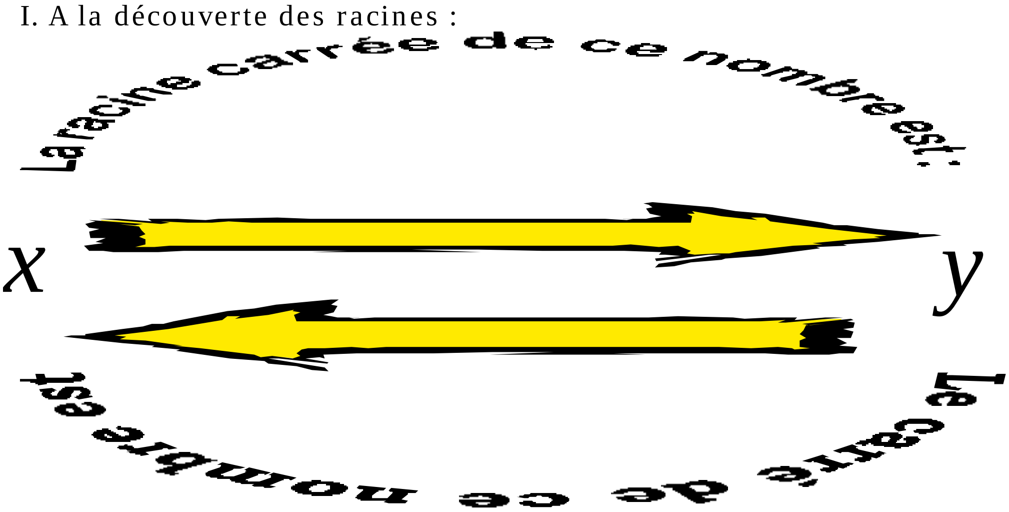
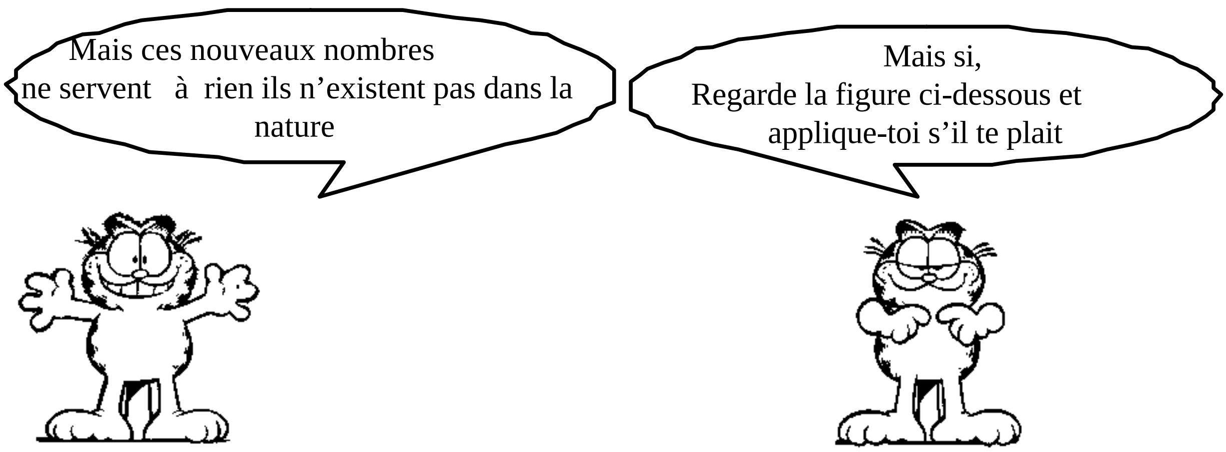
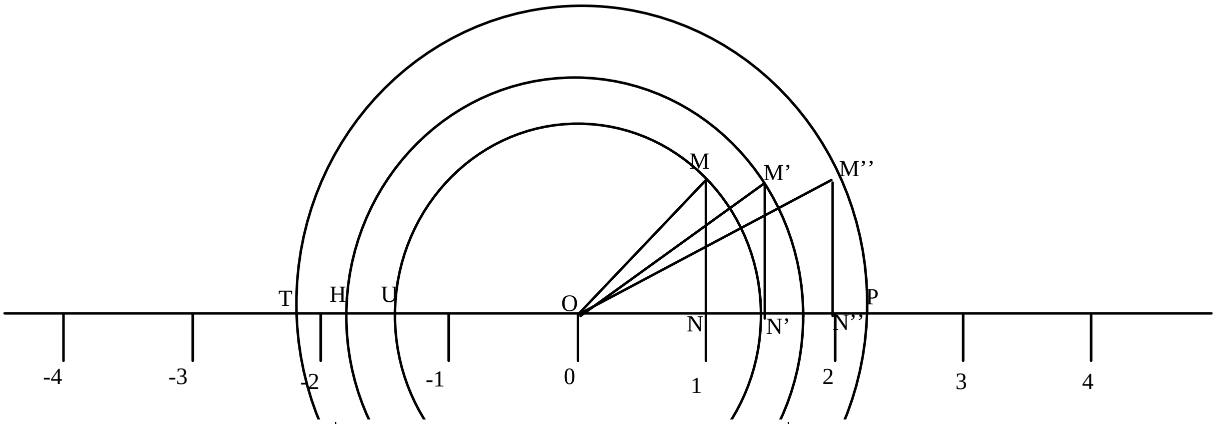
Racines carrées

I. A la découverte des racines :



9	⟶	3	$\sqrt{9} = 3$	$3^2=9$
4	⟶	2	………..	………….
16	⟶	………	………..	………..
81	⟶	………	………..	………..
…..	⟶	5	………..	………..
2	⟶	………	………	………
3	⟶	………	………	………
5	⟶	………	………	………
7	⟶	………	………	………





Dans le triangle OMN rectangle en N : $ON^2+MN^2=OM^2$ $1^2+1^2=OM^2$ $OM^2=1+1$ $OM^2 = 2$ $OM= \sqrt{2}$	Dans le triangle OM'N' rectangle en N' : $ON'^2+M'N'^2=OM'^2$ 1^2+……………$=OM'^2$ $OM'^2=$………………………………… $OM'^2 =$ ……………………………… OM'=	Dans le triangle OM''N'' rectangle en N'' : $ON''^2+M''N''^2=OM''^2$ 1^2+……………$=OM''^2$ $OM''^2=$………………………………… $OM''^2 =$ ……………………………… OM''=

Complète : L'abscisse de N est .... L'abscisse de N' est ....
L'abscisse de N'est .... L'abscisse de U est ....
L'abscisse de N' est .... L'abscisse de H est ....
L'abscisse de N'' est .... L'abscisse de T est ....
L'abscisse de P est ....

Ces nombres existent et on ne doit pas les remplacer par des valeurs décimales approchées, sauf quand la question est posée dans le problème.

Définition : $\sqrt{2}$ est le nombre dont le carré est 2
De même : $\sqrt{a}$ est le nombre dont le carré est a.

$$\boxed{\left(\sqrt{a}\right)^2 = a}$$

Remarques : il n'existe pas de nombre dont le carré soit (-5) donc la racine carré de (-5) n'existe pas.
Il n'existe pas de nombre dont le carré soit a lorsque a est négatif (en effet un carré est positif)

La racine carrée d'un nombre négatif n'est pas définie.

$\sqrt{a}$ est un nombre positif par définition

II. Propriétés des racines carrées :

$$\boxed{\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}}$$ (a et b positifs)

Démonstration : $\left(\sqrt{a} \times \sqrt{b}\right)^2 = \left(\sqrt{a}\right)^2 \times \left(\sqrt{b}\right)^2 = ab$ et $\left(\sqrt{ab}\right)^2 = ab$

Deux nombres ont des carrés égaux lorsqu'ils sont égaux ou opposés. Or les racines sont des nombres positifs donc les deux nombres $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et $\sqrt{ab}$ sont égaux.

Attention : $\boxed{\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{ab}}$ (a et b positifs)

Contre exemple : $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ et $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

$$\boxed{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}}$$ (a et b positifs et b non nul)

Démonstration : $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{a}\right)^2}{\left(\sqrt{b}\right)^2} = \frac{a}{b}$ et $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$

Deux nombres ont des carrés égaux lorsqu'ils sont égaux ou opposés. Or les racines sont des nombres positifs donc les deux nombres $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}}$ sont égaux.

III. Résolution de l'équation $x^2=a$

Exemple :

$a = 3$ $x^2=3$ est équivalent à $x^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$

Cette équation admet deux solutions $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$

$a=-3$ $x^2=-3$

Lorsque a est négatif impossible car un carré est positif

Généralisation

$x^2=a$

Lorsque a est positif $x^2=a$ est équivalent à $x^2 = \left(\sqrt{a}\right)^2$

Cette équation admet deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$

Lorsque a est négatif impossible car un carré est positif
Cette équation n'admet pas de solutions