

I – Définition :

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif noté \sqrt{a} qui, élevé au carré, donne a .

$$\text{Pour } a \geq 0 \quad (\sqrt{a})^2 = a$$

Exemples : $\sqrt{4} = 2$ car $(\sqrt{4})^2 = 2^2 = 4$

$$\sqrt{1} = \dots \quad \sqrt{0} = \dots \quad \sqrt{144} = \dots \quad \sqrt{2} \approx \dots$$

Attention : Le nombre **sous** la racine doit toujours être **positif**

II – Propriétés et formules**1. Multiplication :**

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

Exemple : $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

Application de cette formule : simplification des racines

Pour a positif :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a \times a} = \sqrt{a^2}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$$

Conclusion :

$$\text{Pour } a \geq 0, \sqrt{a^2} = a$$

Exemple de simplification :

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5 \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est le plus petit entier possible :

$$F = \sqrt{3} - 2\sqrt{27} + 4\sqrt{300}$$

2. Division : Pour $b \neq 0$

$$\boxed{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}}$$

Exemple :

$$\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \dots \qquad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{3}{27}} = \dots$$

3. Développement avec des racines carrées :

On peut utiliser les formules pour développer des expressions contenant des racines carrées :

$$\text{Ex : } 3(\sqrt{5} + 1) = \dots$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{2} - 5) = \dots$$

$$\sqrt{8}(\sqrt{2} - \sqrt{8}) = \dots$$

$$(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) = \dots$$

$$(2 + \sqrt{7})^2 = \dots$$

III – Résolution d'équations du type $x^2 = a$:

Exemple : Résoudre l'équation $x^2 = 5$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 - \sqrt{5}^2 = 0$$

$$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$$

Les solutions sont $x = \sqrt{5}$ et $x = -\sqrt{5}$

Dans le cas général, quand $a \geq 0$, l'équation $x^2 = a$ possède 2 solutions : $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$

Remarque : Quand $a < 0$, l'équation n'a pas de solution car un carré est toujours positif.

Ex : $x^2 = -7$ n'a pas de solution. $S = \emptyset$