3° : CONTROLE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 :

En détaillant ce qui est nécessaire, donner une écriture sans radical de chacun des nombres suivants :

$(\sqrt{17})^2$; $-(\sqrt{17})^2$; $\sqrt{17^2}$; $(-\sqrt{17})^2$; $\sqrt{16\times49}$; $\sqrt{2}\times\sqrt{32}$; $\sqrt{\dfrac{121}{144}}$; $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{64+36}$; $\sqrt{169-144}$.

EXERCICE 2 :

1/ Ecrire $F = \sqrt{1872} - 7\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$ sous la forme $a\sqrt{13}$ avec a nombre entier relatif.

2/ Ecrire $G = -5\sqrt{27} + 4\sqrt{3} - \sqrt{12}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a entier relatif et b entier aussi petit que possible.

3/ Ecrire $H = \sqrt{180} + 3\sqrt{20} - 3\sqrt{125}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a entier relatif et b entier aussi petit que possible.

EXERCICE 3 :

1/ On pose $K = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$ et $L = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{10}$.
Calculer en détaillant et en donnant un résultat exact simplifié :

a/ $K + L$.

b/ $K - L$.

c/ $K \times L$.

d/ K^2.

e/ L^2.

2/ a/ Simplifier $\sqrt{12}$ et $\sqrt{18}$.

b/ En déduire l'écriture développée et simplifiée du nombre $N = (10 + 6\sqrt{6})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$.

EXERCICE 4 :

Le triangle MNP est tel que : $MP = 2\sqrt{11}$ cm , $MN = \sqrt{154}$ cm et $NP = 3\sqrt{22}$ cm.

1/ Démontrer que ce triangle est rectangle.

2/ Calculer son aire en cm^2 (on donnera le résultat exact le plus simple possible).

3° : CONTROLE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 :

$(\sqrt{17})^2 = 17$	$-(\sqrt{17})^2 = -17$	$\sqrt{17^2} = 17$	$(-\sqrt{17})^2 = 17$	$\sqrt{16\times49} = \sqrt{16}\times\sqrt{49} = 4\times7 = 28$
$\sqrt{2}\times\sqrt{32} = \sqrt{2\times32} = \sqrt{64} = 8.$	$\sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} = \frac{11}{12}$	$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$	$\sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$	$\sqrt{169-144} = \sqrt{25} = 5$

EXERCICE 2 :

1/ $F = \sqrt{1872} - 7\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$
$F = \sqrt{144\times13} - 7\sqrt{25\times13} + 2\sqrt{4\times13}$
$F = 12\sqrt{13} - 7\times5\sqrt{13} + 2\times2\sqrt{13}$
$F = 12\sqrt{13} - 35\sqrt{13} + 4\sqrt{13}$
$F = (12 - 35 + 4)\sqrt{13}$
$F = -19\sqrt{13}$

2/ $G = -5\sqrt{27} + 4\sqrt{3} - \sqrt{12}$
$G = -5\sqrt{9\times3} + 4\sqrt{3} - \sqrt{4\times3}$
$G = -5\times3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
$G = -15\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
$G = (-15 + 4 - 2)\sqrt{3}$
$G = -13\sqrt{3}$

3/ $H = \sqrt{180} + 3\sqrt{20} - 3\sqrt{125}$
$H = \sqrt{36\times5} + 3\sqrt{4\times5} - 3\sqrt{25\times5}$
$H = 6\sqrt{5} + 3\times2\sqrt{5} - 3\times5\sqrt{5}$
$H = 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 15\sqrt{5}$
$H = (6 + 6 - 15)\sqrt{5}$
$H = -3\sqrt{5}$

EXERCICE 3 :

1/ a/ $K + L = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{10} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{10} = 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}.$

b/ $K - L = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{10} - (3\sqrt{5} - 2\sqrt{10}) = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{10} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{10} = 2\sqrt{10} + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{10}.$

c/ $K \times L = (3\sqrt{5} + 2\sqrt{10})\times(3\sqrt{5} - 2\sqrt{10}) = (3\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{10})^2 = 9\times5 - 4\times10 = 5.$

d/ $K^2 = (3\sqrt{5} + 2\sqrt{10})^2 = (3\sqrt{5})^2 + 2\times3\sqrt{5}\times2\sqrt{10} + (2\sqrt{10})^2 = 45 + 12\sqrt{5}\times\sqrt{10}.+ 40$

Donc $K^2 = 85 + 12\sqrt{50} = 85 + 12\sqrt{25\times2} = 85 + 12\times5\sqrt{2} = 85 + 60\sqrt{2}.$

e/ $L^2 = (3\sqrt{5} + 2\sqrt{10})^2 = (3\sqrt{5})^2 - 2\times3\sqrt{5}\times2\sqrt{10} + (2\sqrt{10})^2 = 85 - 60\sqrt{2}.$

2/ a/ $\sqrt{12} = \sqrt{4\times3} = \sqrt{4}\times\sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$
$\sqrt{18} = \sqrt{9\times2} = \sqrt{9}\times\sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$

b/ $L = (10 + 6\sqrt{6})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 10\sqrt{3} - 10\sqrt{2} + 6\sqrt{6}\times\sqrt{3} - 6\sqrt{6}\times\sqrt{2} = 10\sqrt{3} - 10\sqrt{2} + 6\sqrt{18} - 6\sqrt{12}$
Donc $L = 10\sqrt{3} - 10\sqrt{2} + 6\times3\sqrt{2} - 6\times2\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 10\sqrt{2} + 18\sqrt{2} - 12\sqrt{3} = 8\sqrt{2} - 2\sqrt{3}.$

EXERCICE 4 :

1/ Le côté le plus long est [NP] et $NP^2 = (3\sqrt{22})^2 = 9\times22 = 198.$
De plus $MP^2 + MN^2 = (2\sqrt{11})^2 + (\sqrt{154})^2 = 4\times11 + 154 = 44 + 154 = 198.$
Donc $NP^2 = MP^2 + MN^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en M.

2/ L'aire en cm^2 du triangle MNP vaut : $\frac{MP\times MN}{2} = \frac{2\sqrt{11}\times\sqrt{154}}{2} = \sqrt{11}\times\sqrt{154} = \sqrt{11\times11\times14} = 11\sqrt{14}$