Devoir racines carrées 2004 – Sujet A

1/ (2 pts) En détaillant, donner une écriture sans radical ($\sqrt{\ }$) des nombres suivants :

$A = -\left(\sqrt{19}\right)^2$ $\qquad B = \sqrt{32} \times \sqrt{2}$ $\qquad C = \sqrt{\dfrac{121}{144}}$ $\qquad D = \sqrt{36 + 64}$

2/ (4,5 pts) En indiquant les différentes étapes, calculer les nombres suivants et donner chaque résultat sous la forme d'un nombre entier ou d'une fraction irréductible :

$E = \sqrt{8} - 2\sqrt{18} + \sqrt{32}$ $\qquad F = \left(3\sqrt{2} - 5\right)\left(3\sqrt{2} + 5\right)$ $\qquad G = \dfrac{\sqrt{80}}{3\sqrt{45}}$

3/ (2,5 pts) Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où les nombres a et b sont entiers relatifs avec b le plus petit positif possible : $\qquad H = \sqrt{81 - 49}$ $\qquad I = \sqrt{300} + 4\sqrt{5}\sqrt{15}$

4/ (4 pts) Ecrire les nombres suivants sous la forme $a + b\sqrt{15}$ où les nombres a et b sont entiers relatifs :

$J = \sqrt{15}\left(3 - \sqrt{15}\right) - \left(\sqrt{15} + 5\right)$ $\qquad K = \left(\sqrt{3} - 2\sqrt{5}\right)^2$

5/ (1,5 pts) A l'aide de la calculatrice donner l'arrondi à 10^{-2} près du nombre : $L = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{8} + \sqrt{3}}$

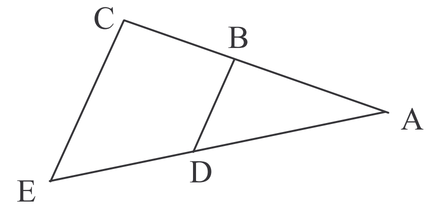
6/ (3 pts) Le triangle KLM est tel que KL = $2\sqrt{11}$ cm ; LM = $\sqrt{154}$ cm et KM = $3\sqrt{22}$ cm. Démontrer que ce triangle est rectangle et <u>calculer son aire</u> $\mathcal{A}$(KLM) que l'on donnera sous forme $a\sqrt{14}$.

7/ (2,5 pts) La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur et l'unité des mesures est le centimètre.

AB = 6 $\qquad$ BC = 3 $\qquad$ AE = $\sqrt{45}$

Les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

Calculer AD et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{5}$.



Devoir racines carrées 2004 – Sujet B

1/ (2 pts) En détaillant, donner une écriture simple et sans radical ($\sqrt{\ }$) des nombres suivants :

$A = -\left(\sqrt{17}\right)^2$ $\qquad B = \sqrt{3} \times \sqrt{243}$ $\qquad C = \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$ $\qquad D = \sqrt{144 + 25}$

2/ (4,5 pts) En indiquant les différentes étapes, calculer les nombres suivants et donner chaque résultat sous la forme d'un nombre entier ou d'une fraction irréductible :

$E = 4\sqrt{12} - \sqrt{75} - \sqrt{27}$ $\qquad F = \left(3 + 2\sqrt{3}\right)\left(3 - 2\sqrt{3}\right)$ $\qquad G = \dfrac{\sqrt{32}}{5\sqrt{18}}$

3/ (2,5 pts) Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où les nombres a et b sont entiers relatifs avec b le plus petit positif possible : $\qquad H = \sqrt{200} + 5\sqrt{3}\sqrt{6}$ $\qquad I = \sqrt{100 - 25}$

4/ (4 pts) Ecrire les nombres suivants sous la forme $a + b\sqrt{14}$ où les nombres a et b sont entiers relatifs :

$J = \left(3\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)^2$ $\qquad K = \sqrt{14}\left(\sqrt{14} - 2\right) - \left(7 + \sqrt{14}\right)$

5/ (1,5 pts) A l'aide de la calculatrice donner l'arrondi à 10^{-2} près du nombre : $L = \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}}$

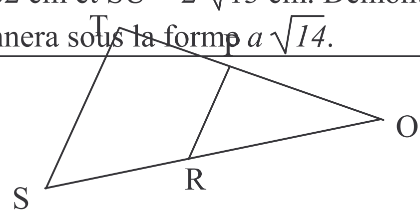
6/ (3 pts) Le triangle STU est tel que ST = $3\sqrt{26}$ cm ; TU = $\sqrt{182}$ cm et SU = $2\sqrt{13}$ cm. Démontrer que ce triangle est rectangle et <u>calculer son aire</u> $\mathcal{A}$(STU) que l'on donnera sous la forme $a\sqrt{14}$.

7/ (2,5 pts) La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur et l'unité des mesures est le centimètre.

OR = 12 $\qquad$ RS = 6 $\qquad$ OP = $\sqrt{40}$

Les droites (PR) et (TS) sont parallèles.

Calculer OT et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{10}$.



Solution – Sujet A

1/ (2 pts)

$A = -\left(\sqrt{19}\right)^2$
$A = -\left(\sqrt{19} \times \sqrt{19}\right)$
$A = -19$

$B = \sqrt{32} \times \sqrt{2}$
$B = \sqrt{32 \times 2} = \sqrt{64}$
$B = 8$

$C = \sqrt{\dfrac{121}{144}} = \dfrac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}}$
$C = \dfrac{11}{12}$

$D = \sqrt{36 + 64}$
$D = \sqrt{100}$
$D = 10$

2/ (4,5 pts)

$E = \sqrt{8} - 2\sqrt{18} + \sqrt{32}$
$E = \sqrt{4 \times 2} - 2 \times \sqrt{9 \times 2} + \sqrt{16 \times 2}$
$E = \sqrt{4} \times \sqrt{2} - 2 \times \sqrt{9} \times \sqrt{2} + \sqrt{16} \times \sqrt{2}$
$E = 2 \times \sqrt{2} - 2 \times 3 \times \sqrt{2} + 4 \times \sqrt{2}$
$E = 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$
$E = (2 - 6 + 4)\sqrt{2}$
$E = (6 - 6)\sqrt{2}$
$E = 0\sqrt{2}$
$E = 0$

$F = \left(3\sqrt{2} - 5\right)\left(3\sqrt{2} + 5\right)$
$F = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - (5)^2$
$F = 9 \times 2 - 25$
$F = 18 - 25$
$F = -7$

$G = \dfrac{\sqrt{80}}{3\sqrt{45}}$
$G = \dfrac{\sqrt{16 \times 5}}{3 \times \sqrt{9 \times 5}}$
$G = \dfrac{\sqrt{16} \times \sqrt{5}}{3 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5}}$
$G = \dfrac{4\sqrt{5}}{9\sqrt{5}}$
$G = \dfrac{4}{9}$

3/ (2,5 pts)

$H = \sqrt{81 - 49}$
$H = \sqrt{32}$
$H = \sqrt{16 \times 2}$
$H = \sqrt{16} \times \sqrt{2}$
$H = 4\sqrt{2}$

$I = \sqrt{300} + 4\sqrt{5}\sqrt{15}$
$I = \sqrt{100 \times 3} + 4 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5 \times 3}$
$I = \sqrt{100} \times \sqrt{3} + 4 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3}$
$I = 10\sqrt{3} + 4 \times 5 \times \sqrt{3}$
$I = 10\sqrt{3} + 20\sqrt{3}$
$I = 30\sqrt{3}$

4/ (4 pts)

$J = \sqrt{15}\left(3 - \sqrt{15}\right) - \left(\sqrt{15} + 5\right)$
$J = \sqrt{15} \times 3 - \sqrt{15} \times \sqrt{15} - \sqrt{15} - 5$
$J = 3\sqrt{15} - 15 - \sqrt{15} - 5$
$J = -20 + 2\sqrt{15}$

$K = \left(\sqrt{3} - 2\sqrt{5}\right)^2$
$K = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 2 \times \sqrt{5} + \left(2\sqrt{5}\right)^2$
$K = 3 - 4 \times \sqrt{3 \times 5} + 4 \times 5$
$K = 23 - 4\sqrt{15}$

5/ (1,5 pts) A la calculatrice $\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right) \div \left(\sqrt{8} + \sqrt{3}\right) = 0{,}870\ 110\ 291 \ldots$ donc L = 0,87 arrondi à 10^{-2} près.

6/ (3 pts) $KL^2 = \left(2\sqrt{11}\right)^2 = 4 \times 11 = 44$; $LM^2 = \left(\sqrt{154}\right)^2 = 154$; $KM^2 = \left(3\sqrt{22}\right)^2 = 9 \times 22 = 198$

On constate que 198 = 44 + 154 ; c'est-à-dire $KM^2 = KL^2 + LM^2$; d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle KLM est rectangle en L.

Puisque KLM est rectangle en L, $\mathbb{A}(KLM) = \dfrac{KL \times LM}{2} = \dfrac{2\sqrt{11} \times \sqrt{154}}{2} = \sqrt{11} \times \sqrt{11 \times 14}$

$\mathbb{A}(KLM) = \sqrt{11} \times \sqrt{11} \times \sqrt{14}$ et alors l'aire du triangle KLM vaut $11\sqrt{14}$ cm².

7/ (2,5 pts)

Puisque les droites (BC) et (DE) sont sécantes en A avec (BD) // (CE), on peut utiliser le théorème de Thalès :

$\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AD}{AE} = \dfrac{BD}{CE}$; en remplaçant on obtient : $\dfrac{6}{6+3} = \dfrac{AD}{\sqrt{45}}$ et ensuite $AD = \dfrac{6 \times \sqrt{45}}{9} = \dfrac{6 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5}}{9}$

$AD = \dfrac{6 \times 3 \times \sqrt{5}}{9} = \dfrac{18\sqrt{5}}{9}$ et alors $AD = 2\sqrt{5}$ cm.

Solution – Sujet B

1/ (2 pts)

$A = -\left(\sqrt{17}\right)^2$

$A = -\left(\sqrt{17} \times \sqrt{17}\right)$

$A = -17$

$B = \sqrt{3} \times \sqrt{243}$

$B = \sqrt{3 \times 243} = \sqrt{729}$

$B = 27$

$C = \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{50}{2}} = \sqrt{25}$

$C = 5$

$D = \sqrt{144 + 25}$

$D = \sqrt{169}$

$D = 13$

2/ (4,5 pts)

$E = 4\sqrt{12} - \sqrt{75} - \sqrt{27}$

$E = 4\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{25 \times 3} - \sqrt{9 \times 3}$

$E = 4 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} - \sqrt{25} \times \sqrt{3} - \sqrt{9} \times \sqrt{3}$

$E = 4 \times 2 \times \sqrt{3} - 5 \times \sqrt{3} - 3 \times \sqrt{3}$

$E = 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$E = (8 - 5 - 3)\sqrt{3}$

$E = (8 - 8)\sqrt{3}$

$E = 0\sqrt{3}$

$E = 0$

$F = \left(3 + 2\sqrt{3}\right)\left(3 - 2\sqrt{3}\right)$

$F = (3)^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2$

$F = 9 - 4 \times 3$

$F = 9 - 12$

$F = -3$

$G = \dfrac{\sqrt{32}}{5\sqrt{18}}$

$G = \dfrac{\sqrt{16 \times 2}}{5 \times \sqrt{9 \times 2}}$

$G = \dfrac{\sqrt{16} \times \sqrt{2}}{5 \times \sqrt{9} \times \sqrt{2}}$

$G = \dfrac{4\sqrt{2}}{15\sqrt{2}}$

$G = \dfrac{4}{15}$

3/ (2,5 pts)

$H = \sqrt{200} + 5\sqrt{3}\sqrt{6}$

$H = \sqrt{100 \times 2} + 5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3 \times 2}$

$H = \sqrt{100} \times \sqrt{2} + 5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2}$

$H = 10\sqrt{2} + 5 \times 3 \times \sqrt{2}$

$H = 10\sqrt{2} + 15\sqrt{2}$

$H = 25\sqrt{2}$

$I = \sqrt{100 - 25}$

$I = \sqrt{75}$

$I = \sqrt{25 \times 3}$

$I = \sqrt{25} \times \sqrt{3}$

$I = 5\sqrt{3}$

4/ (4 pts)

$J = \left(3\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)^2$

$J = \left(3\sqrt{7}\right)^2 - 2 \times 3\sqrt{7} \times \sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2$

$J = 9 \times 7 - 2 \times 3\sqrt{7 \times 2} + 2$

$J = 65 - 6\sqrt{14}$

$K = \sqrt{14}\left(\sqrt{14} - 2\right) - \left(7 + \sqrt{14}\right)$

$K = \sqrt{14} \times \sqrt{14} - \sqrt{14} \times 2 - 7 - \sqrt{14}$

$K = 14 - 2\sqrt{14} - 7 - \sqrt{14}$

$K = 7 - 3\sqrt{14}$

5/ (1,5 pts) A la calculatrice $\left(\sqrt{2} + \sqrt{7}\right) \div \left(\sqrt{2} + \sqrt{5}\right) = 1{,}112\ 233\ 352 \ldots$ donc L = 1,11 arrondi à 10^{-2} près.

6/ (3 pts) $ST^2 = \left(3\sqrt{26}\right)^2 = 234$; $TU^2 = \left(\sqrt{182}\right)^2 = 182$; $SU^2 = \left(2\sqrt{13}\right)^2 = 4 \times 13 = 52$

Je constate que 234 = 182 + 52, c'est-à-dire $ST^2 = TU^2 + SU^2$; d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle STU est rectangle en U.

Puisque STU est rectangle en U, $\mathbb{A}(STU) = \dfrac{TU \times SU}{2} = \dfrac{\sqrt{182} \times 2\sqrt{13}}{2} = \dfrac{\sqrt{14 \times 13} \times 2 \times \sqrt{13}}{2}$

$\mathbb{A}(STU) = \sqrt{14} \times \sqrt{13} \times \sqrt{13}$ et alors l'aire du triangle STU vaut $13\sqrt{14}$ cm².

7/ (2,5 pts)

Puisque les droites (PT) et (RS) sont sécantes en O avec (PR) // (TS), on peut utiliser le théorème de Thalès :

$\dfrac{OP}{OT} = \dfrac{OR}{OS} = \dfrac{PR}{TS}$; en remplaçant on obtient : $\dfrac{\sqrt{40}}{OT} = \dfrac{12}{12 + 6}$ et ensuite $OT = \dfrac{\sqrt{40} \times 18}{12} = \dfrac{\sqrt{4} \times \sqrt{10} \times 18}{12}$

$OT = \dfrac{2 \times 18 \times \sqrt{10}}{12} = \dfrac{36\sqrt{10}}{12} =$ et alors $OT = 3\sqrt{10}$ cm.