

Sommes algébriques de racines

Exercice : (Afrique3 1995) (5 points)

1) Calculer les nombres $A = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)^2$, $B = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2$ et $A - B$.

Donner les résultats sous forme fractionnaire. Vérifier que $A - B = \frac{2}{15}$.

2) Ecrire le nombre $C = 3\sqrt{75} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{48}$ sous la forme où a est un nombre entier.

Exercice : (Grenoble 1995) (4 points)

1) Calculer et mettre sous forme de fraction irréductible, en précisant les calculs intermédiaires :

$$A = \frac{2}{5} - 1,2 ; \quad B = \frac{3}{5} : 7 ; \quad C = 2 - 3 \times \frac{4}{21}.$$

2) Ecrire D sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux nombres entiers : $D = 5\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{27}$.

Exercice : (Rouen 1995) (3 points)

1) Effectuer le calcul suivant en faisant apparaître les étapes du calcul : $A = \frac{4}{7} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$.

2) Ecrire B sous la forme $a\sqrt{5}$ (a désignant un entier relatif) :
 $B = \sqrt{500} - 7\sqrt{45} - \sqrt{80}$

Exercice : (Afrique 96)

1) Mettre sous la forme la plus simple le nombre $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{30}$.

2) Mettre sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier le nombre $\sqrt{45} - \sqrt{5}$.

Exercice : (Amiens 97)

1) Ecrire A sous forme fractionnaire la plus simple possible :

$$A = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right).$$

2) Ecrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers positifs et b le plus petit possible : $B = \sqrt{98} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$.

Exercice : (Clermont 97)

On considère les nombres :

$$A = \frac{11}{7} - \frac{9}{7} \times \frac{5}{3};$$

$$B = \sqrt{20} - \sqrt{125} + 2\sqrt{245}.$$

On détaillera les étapes des calculs et on écrira :

1) A sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

2) B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers avec b entier positif le plus petit possible.

Exercice (Dijon septembre 95)

1. Calculer et écrire le résultat sous la forme d'une fraction aussi simple que possible :

$$A = \frac{\frac{5}{4} + \frac{2}{5}}{2 - \frac{7}{5}}$$

2. Écrire B sous la forme $a\sqrt{7}$:

$$B = 6\sqrt{28} + 10\sqrt{7} - 8\sqrt{63}$$

Exercice : (Etranger 97)

1) Ecrire sous forme d'une fraction irréductible : $A = \frac{7}{2} + \frac{8}{2} \times \frac{3}{7}$.

2) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux nombres entiers, b étant le plus petit possible : $B = \sqrt{45} + 2\sqrt{80} - \sqrt{5}$.

Exercice : (Orléans 98)

On considère les nombres :

$$A = \frac{5}{7} - \frac{7}{26} \times \frac{13}{3} \quad B = \sqrt{75} - 2\sqrt{108} + 9\sqrt{3}$$

En écrivant sur votre feuille les différentes étapes de vos calculs :

1. Donner une écriture fractionnaire de A , le dénominateur étant un nombre entier positif inférieur à 50.

2. Ecrire B sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers, a étant le plus petit possible.

Sommes et/ou produits de racines

Exercice : (Dijon 1995) (4 points)

1) Ecrire sous forme d'une fraction irréductible : $\frac{7}{12} - \frac{11}{54} \times \frac{45}{22}$.

2) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b étant deux nombres entiers, b le plus petit possible : $B = 2\sqrt{3} + \sqrt{75} - 6\sqrt{27}$; $C = 2\sqrt{3} \times \sqrt{6}$.

Exercice : (Caen 96)

1) On donne les expressions numériques :

$$A = \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} \quad B = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) : \frac{2}{3} + 1$$

Calculer A et B. On écrira les résultats sous la forme de fractions aussi simples que possible.

2) Ecrire les nombres C, D et E ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier et b un entier positif le plus petit possible.

$$C = \sqrt{300}$$

$$D = 2\sqrt{12} - \sqrt{27}$$

$$E = \sqrt{21} \times \sqrt{14}$$

Exercice : (Nantes 96)

1) Ecrire le nombre A sous la forme d'une fraction la plus simple :

$$A = \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{10}{3}$$

2) Ecrire B sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a entier : $B = \sqrt{5} \times \sqrt{15}$

3) Soit $C = 2x^2 - 3$. Calculer C pour $x = \sqrt{3}$.

Exercice : (Antilles 96)

1) Calculer A et B. On donnera les résultats sous la forme la plus simple possible.

$$A = \frac{1}{3} \times 4 + \frac{7}{6} \quad B = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} - \frac{2}{1 - \frac{2}{7}}$$

2) Développer et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{5}$ où a et b sont des entiers relatifs : $C = 2 \times (3 - 2\sqrt{5})^2$.

Exercice : (Inter acad sept 97)

Ecrire sous la forme d'une fraction la plus simple possible chacun

des nombres : $A = \frac{14}{3} + \frac{13}{6}$; $B = \sqrt{\frac{35}{4} \times \frac{7}{45}}$.

Exercice : (Aix 98)

Calculer : $A = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{2}{3}$ et $B = \sqrt{200} - 4\sqrt{3} \times \sqrt{6}$ (B doit être écrit

sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers, a étant le plus petit possible).

Racines et développements

Exercice : (Bordeaux 95) (5 points)

Calculer les valeurs exactes des nombres suivants (on donnera les résultats sous forme fractionnaire irréductible).

$$A = -\frac{7}{5} \times (3 - \frac{8}{21}) \quad ; \quad B = (2 - \frac{1}{3}) : (5 + \frac{5}{6})$$

Ecrire les nombres suivants sous la forme $p\sqrt{3}$ où p est un entier relatif.

$$C = (6 + 2\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2 \quad ; \quad D = \sqrt{27} + 7\sqrt{75} - \sqrt{300}$$

Exercice : (Afrique2 95) (4 points)

1) Calculer la valeur exacte des nombres suivants (on donnera le résultat sous forme de fraction irréductible) :

$$A = -\frac{4}{3} + \frac{25}{9} \times \frac{36}{75} \quad ; \quad B = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} - 2} + 1$$

2) Ecrire les nombres suivants sous la forme $p + q\sqrt{7}$ où p et q sont des entiers relatifs :

$$C = \sqrt{49} + \sqrt{28} + \sqrt{63} \quad ; \quad D = (2\sqrt{7} + 1)^2 - (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$$

Exercice : (Limoges 1995) (5 points)

1) Calculer : $\frac{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{2 + \frac{3}{4} + \frac{1}{3}}$; $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} \left(1 - \frac{3}{4}\right)$.

On donnera les résultats sous forme de fractions simples.

2) Calculer $A = \sqrt{12} + 4\sqrt{75} - 6\sqrt{48}$.

On écrira A sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier positif le plus petit possible.

3) Développer et réduire :

a) $(\sqrt{3} - 2)^2$
b) $(2\sqrt{5} - 3)(3\sqrt{5} + 2)$

Exercice : (Nice 97)

Calculer et donner la valeur exacte la plus simple des nombres suivants :

$A = 36 - 6 \times 4$

$B = 4\sqrt{75} - 5\sqrt{3}$

$C = \frac{10+5}{10-5}$

$D = (2\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{3} + 5)$

$E = \sqrt{100 - 64}$

$F = \left(4 - \frac{2}{3}\right)\left(2 - \frac{4}{3}\right)$

Exercice : (Poitiers 97)

On donne les nombres :

$A = \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$; $B = \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right)^2$; $C = (3 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{45})$.

En écrivant les différentes étapes des calculs :

1) Prouver que $A = B$.

2) Prouver que C est un nombre entier.

Exercice : (Vanuatu 95)

1. Calculer et donner chaque résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{1}{3} - \frac{3}{4} \times \frac{20}{9}$

$B = \frac{3 - \frac{1}{4}}{-\frac{2}{3} + \frac{1}{6}}$

2. Soit $C = \sqrt{500} + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{45}$

Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

3. Soit $D = (5 - 2\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6})$. Exprimer D sous forme d'un nombre entier.

Exercice : (Grenoble 99)

On considère les nombres :

$A = \frac{\frac{4}{3} + \frac{2}{5}}{2 + \frac{1}{6}}$ $B = 4\sqrt{3} - 2$ $C = 2\sqrt{27} + 3$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction aussi simplifiée que possible.

2. Calculer B + C, puis B² (on donnera chaque résultat sous la forme $a + b\sqrt{3}$, où a et b sont des nombres entiers).

Exercice : (Lille 99)

1. Calculer : $A = \frac{7}{9} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{2}$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. Mettre sous la forme $a + b\sqrt{6}$ l'expression :

$B = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

3. Mettre sous la forme $a\sqrt{b}$ l'expression :

$C = \sqrt{7} - 7\sqrt{700} + \sqrt{28}$

Exercice : (Poitiers 99)

$A = \frac{12}{15} - \frac{8}{15} : \frac{16}{9}$ $B = (3\sqrt{2} - 4)(3\sqrt{2} + 4)$

Calculer les nombres A et B et vérifier qu'ils sont inverses l'un de l'autre.