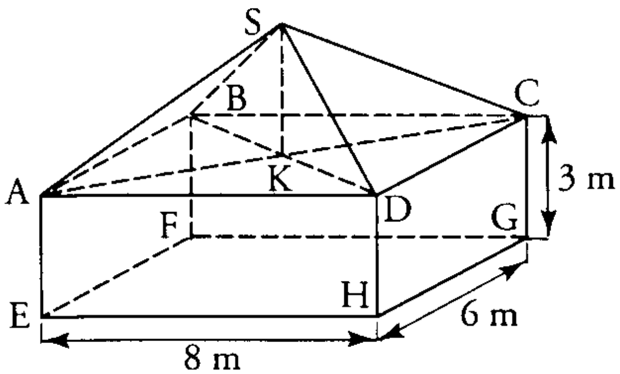
PROBLEME (<u>Rennes 96</u>) (12 points)

Un horticulteur envisage la construction d'une serre entièrement vitrée ayant la forme d'un parallélépipède rectangle surmonté d'une pyramide comme l'indique la figure ci-après.



On désigne par x la hauteur SK (exprimée en mètres) de la pyramide SABCD.

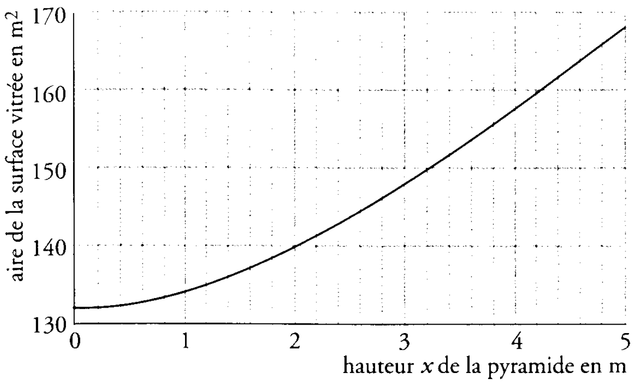
1) Montrer que le volume (en m^3) de la serre est donné par la formule $V = 144 + 16x$.

2) Calculer ce volume pour $x = 1{,}5$.

3) Pour quelle valeur de x le volume de la serre est-il de 200 m^3 ?

On s'intéresse maintenant à la surface vitrée de la serre (surface constituée des quatre faces latérales et du toit).

Répondre aux questions 4) et 5) en utilisant le graphique ci-après qui donne l'aire de cette surface vitrée en fonction de x.



4)Quelle est l'aire de la surface vitrée pour $x = 4{,}20$ puis pour $x = 0$?

5) Pour des raisons de coût, l'horticulteur souhaite limiter la surface vitrée à 150 m^2. Quelle est dans ce cas la hauteur de la pyramide ?

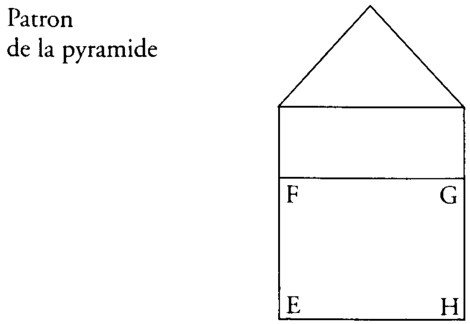
6) En remarquant la forme particulière de la serre dans le cas où $x = 0$, calculer l'aire de la surface vitrée et retrouver ainsi le résultat donné par le graphique.

On prend désormais SK = 3 m (c'est-à-dire $x = 3$).

Afin de mieux se rendre compte de l'allure de sa serre, l'horticulteur décide d'en fabriquer une maquette en carton à l'échelle 1/200.

7) Calculer AC puis SC (distances réelles dans la serre).

8) En remarquant l'égalité des longueurs des arêtes [SA], [SB], [SC], [SD], compléter le patron de la maquette ci-après.



9) Combien de fois le volume de la maquette est-il contenu dans le volume réel de la serre ?

PROBLEME (<u>Grenoble 97</u>) (12 points)

Les deux parties sont indépendantes.

Première partie

Un agriculteur cultive du blé, puis fabrique lui-même sa farine. Il décide, pour améliorer ses revenus, de faire une fois par semaine, dans son village, du pain artisanal qu'il vend 23 F le kilogramme.

Chaque mois, ses dépenses sont constituées par 2600 F de frais fixes, auxquels il faut ajouter 3 F par kilogramme de pain fabriqué.

A) Au mois de juin, il vend 200 kg de pain.

1) a) Quelle est sa recette ?

b) Quelle est sa dépense ?

2) Fait-il un bénéfice ? Si oui, de quel montant ?

B) On appelle x la masse de pain en kilogrammes vendue en un mois. On note r(x) le montant des recettes de l'agriculteur et d(x) celui de ses dépenses au cours de ce mois.

1) Exprimer r(x) et d(x) en fonction de x .

2) Résoudre l'inéquation r(x) > d(x).

Comment l'agriculteur peut-il interpréter le résultat obtenu ?

3) Calculer la masse de pain que l'agriculteur doit vendre en un mois pour faire un bénéfice de 2000 F.

4) Le plan est rapporté à un repère orthogonal.

Les unités sont :

- en abscisse : 1 cm pour 20 kg;
- en ordonnée : 1 cm pour 400 F.

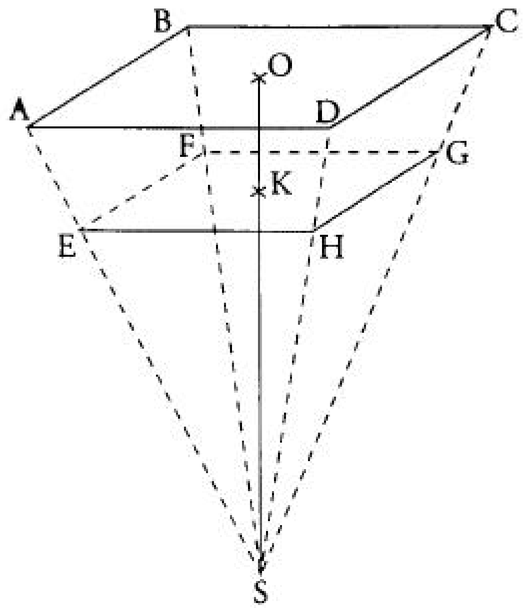
a) On note D_1 la droite d'équation $y = 23x$ et D_2 la droite d'équation $y = 3x + 2600$.

Construire les droites D_1 et D_2.

b) Retrouver graphiquement les résultats de la question B) 2).

Deuxième partie

Notre apprenti boulanger fait son pain «à la main» dans un pétrin à l'ancienne. Il s'agit d'une table « creuse sur le dessus » qui a la forme d'un tronc de pyramide à base rectangulaire dont les dimensions intérieures sont : OK = 0,40 m ; AB = 0,90 m ; BC = 1,50 m.



La figure ci-dessus représente le pétrin (les pieds de la table et l'épaisseur du bois, qui ne sont pas représentés sur le dessin, n'interviennent pas dans l'exercice).

Par ailleurs, on donne OS = 2 m.

1) Calculer le volume V_1 de la « grande » pyramide SABCD.

2) La « petite » pyramide SEFGH est une réduction de la « grande » pyramide SABCD.

On admet que le coefficient de réduction est 0,8.

a) Calculer le volume V_2 de la « petite» pyramide SEFGH.

b) En déduire le volume V_3 du pétrin.

3) Le remplissage maximum du pétrin est 85 % de son volume.

Quelle quantité maximum de pâte peut-on faire en une fois ?