Exercice   : (Allemagne 96)

Un triangle A'B'C' rectangle en A' et d'aire 27 cm^2 est un agrandissement d'un triangle ABC rectangle en A et tel que AB = 3 cm et AC = 2 cm.

Calculez les longueurs A'B' et A'C'.

Correction :

Le triangle ABC a pour aire : $(3 \times 2) : 2 = 3$ cm².

Soit k le coefficient d'agrandissement pour passer de ABC à A'B'C'.

D'où aire(A'B'C') = $k^2 \times$ aire(ABC).

Soit $27 = k^2 \times 3$

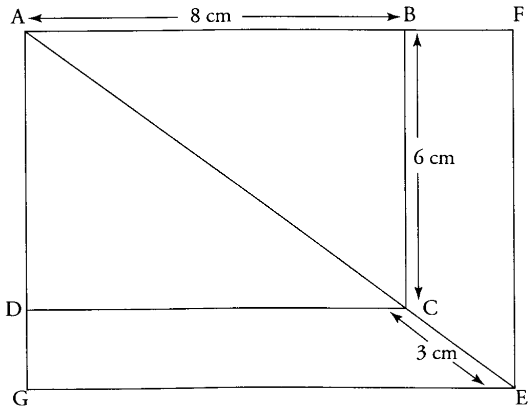
$k^2 = 27/3 = 9$ d'où $k=3$.

A'B'C' est trois fois plus grand que ABC donc

A'B' = $3\times$AB = 3×3= 9cm

A'C'= $3\times$AC = 3×2=6cm

Exercice   : (Rouen 97)



Sur la figure ci-dessus, le rectangle AFEG est un agrandissement du rectangle ABCD. On admettra que les points A, C, E sont alignés et que (EF) // (CB) et (EG) // (CD).

1) Calculer la longueur de la diagonale [AC].

2) Calculer les longueurs AF et AG.

3) Calculer l'échelle de l'agrandissement.

Correction :

1) Dans le triangle ABC rectangle en C, on a d'après le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

D'où AC=10.

2) Les triangles ABC et AFE sont tels que :

A,B,F et A,C,E sont alignés et (EF) // (CB).

D'après le théorème de Thales, on a :

$$\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{FE}$$
$$\frac{8}{AF} = \frac{10}{10+3} = \frac{6}{FE}$$

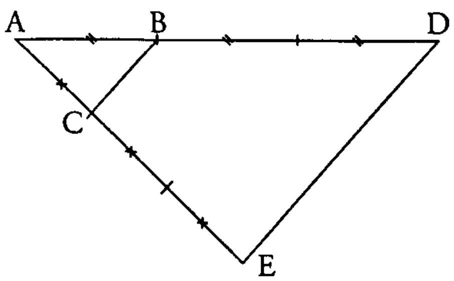
$$\frac{8}{AF} = \frac{10}{13}$$
$$10 \times AF = 8 \times 13$$
$$AF = \frac{104}{10} = 10,4$$

$$\frac{10}{13} = \frac{6}{FE}$$
$$10 \times FE = 6 \times 13$$
$$FE = \frac{78}{10} = 7,8$$

De plus, comme AFEG est un rectangle, ses côtés opposés sont égaux donc AG=EF=7,8cm.

3) L'échelle de l'agrandissement :
AF : AB = 10,4 : 8 = 1,3.
Le rectangle AFEG est 1,3 fois plus grand que ABCD.

<u>Exercice   : (Amiens 99)</u>
L'aire du triangle ADE est 54 cm^2.
B est le point de [AD] tel que $AB = \frac{1}{3}AD$,
C est le point de [AE] tel que $AC = \frac{1}{3}AE$.



1. Démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.
2. Le triangle ABC est une réduction du triangle ADE.
Quelle est l'échelle de la réduction?
3. Calculer l'aire du triangle ABC.

Correction :
1) Les points A,B,D et A,C,E sont alignés dans cet ordre.
De plus :

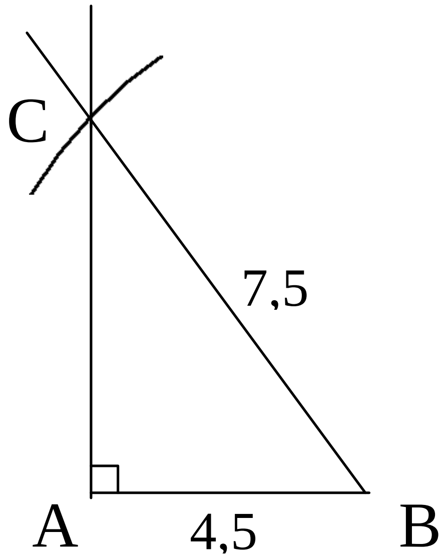
$\frac{AB}{AD} = \frac{1}{3}$
$\frac{AC}{AE} = \frac{1}{3}$
Donc d'après la réciproque du Théorème de Thales, les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

2) Comme $AB = \frac{1}{3}AD$ l'échelle de la réduction est $\frac{1}{3}$

3)
$$Aire(ABC) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times Aire(ADE)$$
$$Aire(ABC) = \frac{1}{9} \times 54 = \frac{54}{9} = 6cm^2$$

Exercice : (Poitiers 96)
Soit un triangle ABC rectangle en A tel que :
AB = 4,5 cm et BC = 7,5 cm.
l) Construire ce triangle et justifier brièvement la construction.
2) On considère le point D du segment [BC] tel que $BD = \frac{2}{3}BC$ et le point E du segment [AB] tel que BE = 3 cm.
Démontrer que les droites (DE) et (CA) sont parallèles.
3) a) Quelle est la nature du triangle BED ? Justifier votre réponse.
b) Soit a_1 l'aire du triangle ABC et a_2 l'aire du triangle BED. Démontrer que $9a_2 = 4a_1$.

Correction :
1)On construit le segment [AB] de 4,5 cm. C est l'intersection de la perpendiculaire à (AB) en A avec l'arc de centre B et de rayon 7,5cm



2) $BD = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3} \times 7{,}5 = 5$
Les points B,D,C et B,E,A sont alignés dans cet ordre.
De plus :

$$\frac{BD}{BC} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BE}{BA} = \frac{3}{4{,}5} = \frac{2\times 1{,}5}{3\times 1{,}5} = \frac{2}{3}$$

Donc d'après la réciproque du Théorème de Thales, les droites (DE) et (CA) sont parallèles.

3) a)Puisque (DE) et (CA) sont parallèles, (AB) qui est perpendiculaire à (AC) (ABC étant rectangle en A) est aussi perpendiculaire à (DE). Donc BDE est rectangle en en E.
b) Le triangle ABC est un agrandissement du triangle BDE puisqu'ils sont en configuration de Thales. Le coefficient d'agrandissement est $\frac{BC}{BD} = \frac{3}{2}$
Donc :

$$Aire(ABC) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times Aire(BCE)$$

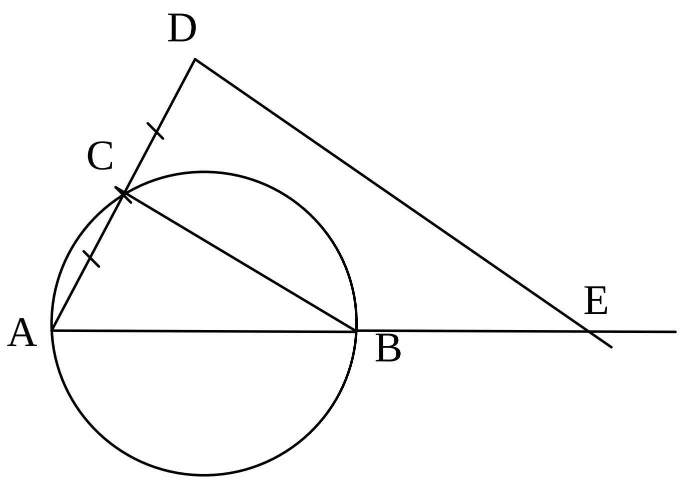
$$a_1 = \frac{9}{4}a_2$$

$$9a_2 = 4a_1$$

<u>Exercice   : (Bordeaux 97)</u>

On considère un cercle de diamètre [AB].
Soit C un point de ce cercle et D le symétrique de A par rapport au point C. La parallèle à la droite (BC) passant par le point D coupe la droite (AB) en E.
1) Réaliser une figure.
2) Quelle est la nature du triangle ABC ?
3) Démontrer que B est le milieu du segment [AE].
4) Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle ADE ?
5) Exprimer l'aire S' du disque de diamètre [AE] en fonction de l'aire S du disque de diamètre [AB].

Correction :
1)



2) Le triangle ABC est inscrit dans le demi-cercle de diamètre [AB] donc il est rectangle en C.
3)Dans le triangle ADE, la droite (CB) parallèle au côté [DE] et qui coupe le côté [AD] en son milieu coupe également le troisième côté [AE] en son milieu B. (théorème de la droite des milieux).
4)Puisque (CB) et (DE) sont parallèles, (AC) qui est perpendiculaire à (CB) (voir question1) est également perpendiculaire à (DE). Donc ADE est rectangle en E. Donc le centre de son cercle circonscrit est le milieu B de son hypoténuse [AE].
5)AE=2AB donc le cercle de diamètre [AE] est un agrandissement (k=2) du cercle de diamètre [AB]. Donc $S' = k^2 \times S = 2^2 \times S = 4S$.