Exercice : (Antilles 96)

On se donne une pyramide P_1 ayant une base carrée de 8 cm de côté et une hauteur de 12 cm.
Une pyramide P_2 est un agrandissement de P_1 dont un côté de la base mesure 20 cm.

1) Calculer le coefficient de l'agrandissement.

2) a) Calculer le volume de la pyramide P_1.

b) Calculer le volume de la pyramide P_2.

Rappel :

le volume d'une pyramide est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} B \times h$$

où B désigne l'aire de la base et h la hauteur.

Correction :

1) le coefficient de l'agrandissement est :

$$\frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

2) a) Soit V le volume de la pyramide P_1.

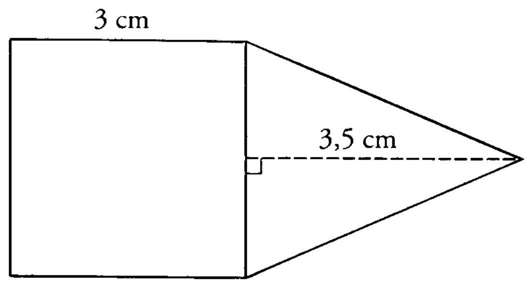
$$V = \frac{1}{3} B \times h = \frac{1}{3}(8 \times 8) \times 12 = 256\ cm^3$$

b) Soit V' le volume de la pyramide P_2.

$$V' = 2{,}5^3 \times V = 15{,}625 \times 256 = 4000\ cm^3$$

Exercice : (Orléans 96)

La figure ci-après représente une partie d'un patron de pyramide régulière à base carrée.

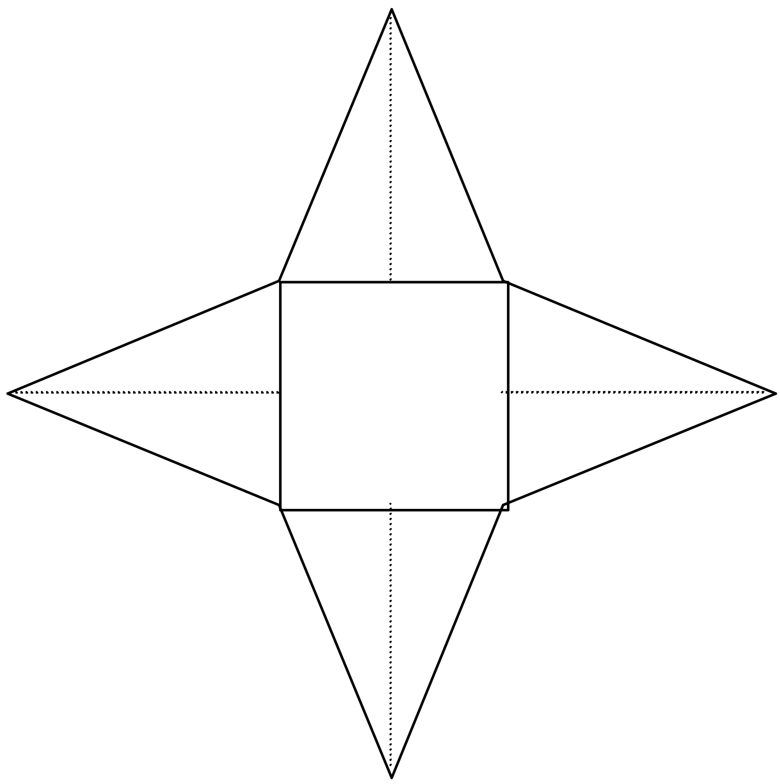


1) Reproduire cette figure sur votre feuille en respectant les dimensions indiquées, puis la compléter pour obtenir un patron de la pyramide.

2) Calculer l'aire totale du patron exprimée en cm^2.

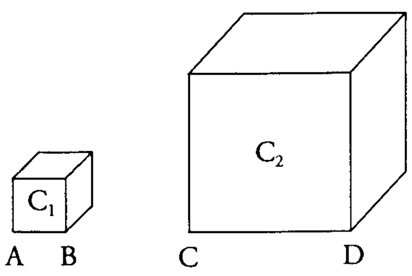
3) On voudrait construire une nouvelle pyramide dont les dimensions sont le quadruple de celles de la pyramide précédente.

Quelle serait alors l'aire totale, exprimée en cm^2, d'un patron de la nouvelle pyramide ?



Correction :
1)
2)Le patron se compose d'un carré d'aire $3\times3=9$ cm^2 et de 4 triangles égaux d'aires $(3\times3,5):2=5,25$ cm^2.
Au total, l'aire du patron est donc de :
$9 + 4\times5,25 = 30$ cm^2.
3)Les dimensions de la nouvelle pyramide P' sont le quadruple de celles de la pyramide précédente P donc P' est un agrandissement de P, et le coefficient d'agrandissement est 4.
Aire(P') = $k^2 \times$ Aire(P)
Aire(P') = $4^2 \times 30 = 16 \times 30 = 480$ cm^2.

<u>Exercice : (Grenoble_ sept 97)</u>
C_1 et C_2 sont deux cubes.
On suppose que CD = 3AB.

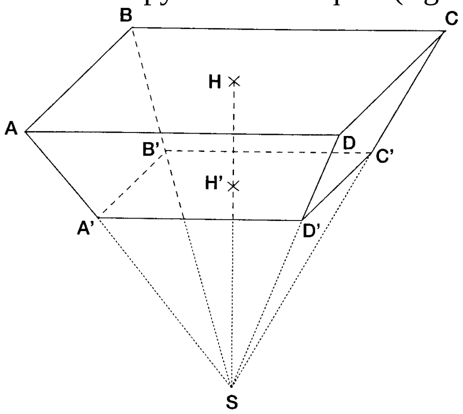


1. S'il faut 2 kg de laque pour peindre C_1, combien en faut-il pour peindre C_2?
(On admet que la masse de laque et l'aire peinte sont proportionnelles.)
2. Si C_2 contient 113,4 litres, combien en contient C_1 ?

Correction :
1)C_2 est un agrandissement de C_1 de coefficient 3.
Aire(C_2) = $k^2\times$Aire(C_1)
Aire(C_2) = $3^2\times$Aire(C_1)
Aire(C_2) = $9\times$Aire(C_1)
Comme on admet que la masse de laque et l'aire peinte sont proportionnelles, alors il faudra 9 fois plus de laque pour peindre C_2 soit 18kg de laque.

2) Volume(C_2) = k^3 $\times$Volume(C_1)
Volume(C_2) = 27$\times$Volume(C_1)
113,4 = 27$\times$Volume(C_1)
D'où : Volume(C_1)=113,4 : 27 = 4,2 litres.

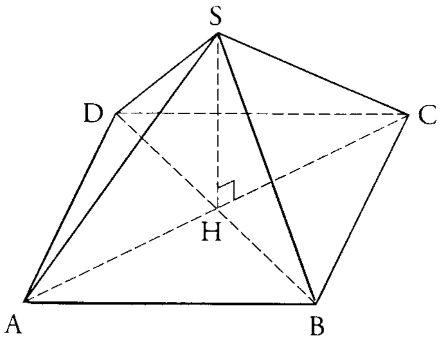
Exercice : (Aix 95) (6 points)
Une boîte de chocolats a la forme d'une pyramide tronquée (figure ci-dessous).



Le rectangle ABCD de centre H et le rectangle A'B'C'D' de centre H' sont dans des plans parallèles. On donne :
AB = 6 cm
BC = 18 cm
HH' = 8 cm
SH = 24 cm
1) Calculer le volume V_1 de la pyramide SABCD de hauteur SH.
2) Quel est le coefficient k de la réduction qui permet de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SA'B'C'D' de hauteur SH' ?
3) En déduire le volume V_2 de la pyramide SA'B'C'D' puis le volume V_3 de la boîte de chocolats ?

Correction :
1) $V_1 = \frac{1}{3} B \times h = \frac{1}{3}(6 \times 18) \times 24 = 864 cm^3$
2)SH'= SH - HH' = 24 - 8 = 16 cm
$\frac{SH'}{SH} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$
Le coefficient de réduction est : $\frac{2}{3}$
3) $V_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times V_1 = \frac{8}{27} \times 864 = 256\ cm^3$
$V_3 = V_1 - V_2 = 864 - 256 = 608\ cm^3$

Exercice : (Caen 96)
SABCD est une pyramide régulière à base carrée de 24 m de côté.
La hauteur [SH] mesure 12 m.



1) Calculer, en m^3, le volume V_1 de cette pyramide.
2) A l'intérieur de la pyramide, on construit une salle en forme de demi-boule de centre H et de rayon 8 m. Calculer le volume V_2 de la demi-boule en m^3. Donner le résultat arrondi à 1 m^3 près.
3) On réalise une maquette à l'échelle 1/20
V_3 est le volume en m de la pyramide réduite.

   a) Par quelle fraction doit-on multiplier V_1 pour obtenir V_3 ?
   b) En déduire la valeur de V_3.

Correction :

1) $V_1 = \frac{1}{3} B \times h = \frac{1}{3} \times 24^2 \times 12 = 2304 m^3$

2)

$$V_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} p \times r^3\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3} p \times 8^3\right)$$

$$= \frac{1024}{3} p \approx 1072 m^3$$

3) *a)* $V_3 = \left(\frac{1}{20}\right)^3 \times V_1 = \frac{1}{8000} \times V_1$

b) $V_3 = \frac{1}{8000} \times V_1 = \frac{2304}{8000} = 0{,}288 m^3$