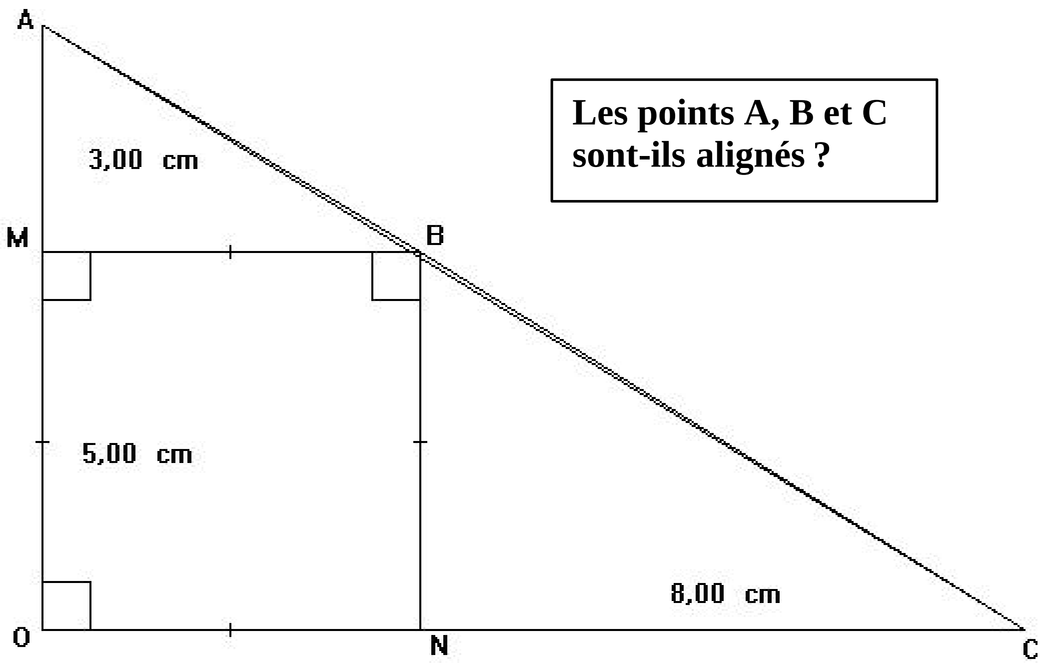

▪ 1ère méthode : avec le théorème de Pythagore.

Dans AMB rectangle en M, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AB^2=AM^2+MB^2=3^2+5^2=9+25=34$ donc $AB=\sqrt{34} \approx 5,8$ cm.

De la même façon, dans le triangle BNC rectangle en N, on a :

$BC^2=BN^2+NC^2=5^2+8^2=25+64=89$ donc $BC=\sqrt{89} \approx 9,4$ cm.

De la même façon, dans le triangle AOC rectangle en O, on a :

$AC^2=AO^2+OC^2=8^2+13^2=64+169=233$ donc $AC=\sqrt{233} \approx 15,3$ cm.

On obtient donc : $AB+BC \approx 5,8+9,4=15,2$ cm puis **$AB+BC>AC$**.

D'après l'inégalité triangulaire, on conclut que les points A, B et C ne sont pas alignés.

▪ 2ème méthode : avec le théorème de Thalès.

On a : $\frac{AM}{AO}=\frac{3}{8}=0,375$ et $\frac{MB}{OC}=\frac{5}{13} \approx 0,385$.

Or, les droites (MB) et (OC) étant parallèles, et puisque $M \in [AO]$; d'après Thalès, si le point B était sur [AC], on aurait l'égalité : $\frac{AM}{AO}=\frac{MB}{OC}\left(=\frac{AB}{AC}\right)$.

Dans le cas présent, les deux premiers rapports ne sont pas égaux, donc on déduit que $M \notin [AC]$; autrement dit, les points A, B et C ne sont pas alignés.

▪ 3ème méthode : avec les aires.

On nomme A_1, A_2, A_3, et A_4 les aires respectives des triangles AMB, BNC, AOC et du carré OMBN.

On a : $A_1=\frac{AM \times MB}{2}=7,5$ cm²

$A_2=\frac{BN \times NC}{2}=20$ cm²

$A_4=ON^2=25$ cm²

donc $A_1+A_2+A_4=52,5$ cm²

et $A_3=\frac{AO \times OC}{2}=52$ cm²

On a donc $A_1+A_2+A_4 \neq A_3$, ce qui signifie que l'on ne peux pas réaliser un pavage du « grand » triangle OAC avec MAB, OMBN et NBC (« *il manque un bout !* »).
Ainsi les points A, B et C ne sont pas alignés.

▪ 4ème méthode : avec le Cosinus.

*(dans cette correction, on réutilise les calculs des longueurs AB et AC du **1.**)*
Dans le triangle ABM rectangle en M, on a :

$\cos(\widehat{MAB})=\frac{AM}{AB} \approx \frac{3}{5,8} \approx 0,517$ donc $\widehat{MAB} \approx 58,87°$.

Dans le triangle AOC rectangle en O, on a :

$\cos(\widehat{OAC})=\frac{AO}{AC} \approx \frac{8}{15,3} \approx 0,523$ donc $\widehat{OAC} \approx 58,47°$.

Les angles n'ont pas la même mesure, ce qui signifie que les droites (AB) et (AC) ne sont pas confondues.
Ainsi, les points A, B et C ne sont pas alignés.

▪ 5ème méthode : avec l'angle plat.

(on reprend les calculs de $\widehat{MAB}$ et de BC vus précédemment)
Dans le triangle AMB, on a : $\widehat{ABM}=180-\widehat{AMB}-\widehat{MAB} \approx 180-90-59=31°$.

Dans BNC rectangle en N : $\cos(\widehat{NBC})=\frac{BN}{BC} \approx \frac{5}{9,4} \approx 0,532$ donc $\widehat{NBC} \approx 58°$.

Ainsi $\widehat{ABC}=\widehat{ABM}+\widehat{NBC}+\widehat{MBN} \approx 31+58+90=179°$.

Puisque $\widehat{ABC}$ n'est pas un angle plat (sa mesure n'est pas 180°), on déduit que les points A, B et C ne sont pas alignés.