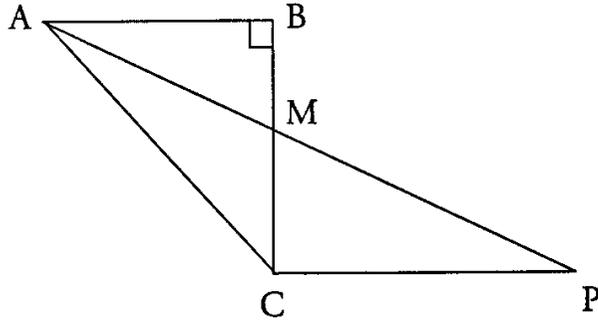


PROBLEME (12 points) (**Aix 98**)

PRELUDE

1. D'après la figure ci-contre, tracer ABCP en respectant les données suivantes : $AB = 6 \text{ cm}$ $BC = 8 \text{ cm}$ $BM = 3 \text{ cm}$ $(CP) \parallel (AB)$.



2. Mesurer les angles \widehat{BAM} et \widehat{AMC} .

Pourquoi ces mesures ne permettent-elles pas d'affirmer que (AM) est la bissectrice de \widehat{BAC} ?

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

PREMIERE PARTIE

1. En considérant le triangle ABC :

a) Calculer AC.

b) Calculer \widehat{BAC} et \widehat{BAM} le plus précisément possible.

Expliquer pourquoi les valeurs obtenues ne permettent pas d'affirmer que (AM) est la bissectrice de \widehat{BAC} .

2. En considérant les triangles ABM et MCP, calculer CP.

3. Quelle est la nature du triangle ACP ? Que peut-on en déduire pour \widehat{MAC} et \widehat{CPM} ?

4. Démontrer alors que $\widehat{MAC} = \widehat{BAM}$ et donc que (AM) est bien la bissectrice de \widehat{BAC} .

DEUXIEME PARTIE

1. (AM) est, d'après la première partie, la bissectrice de \widehat{BAC} . Sur la figure tracée à la première question du préluce :

- tracer la bissectrice, d, de \widehat{ABM} ;
- nommer O le point d'intersection de la droite d et de la droite (AM) ;
- tracer la hauteur issue de O du triangle AOB et la hauteur issue de O du triangle BOM (ces hauteurs sont des rayons du cercle inscrit dans le triangle BAC) ;
- tracer ce cercle.

2. a) Calculer l'aire du triangle ABM.

b) Exprimer l'aire du triangle AOB et l'aire du triangle BOM en fonction du rayon r du cercle inscrit dans le triangle BAC.

c) Trouver une relation entre ces trois aires.

En déduire le rayon r.