

I. OPERATIONS SUR LES RELATIFS :**A. MULTIPLICATION.****Règle des signes :**

C'est le nombre de **facteurs négatifs** dans un produit qui en fixe le signe.

Un produit de plusieurs nombres relatifs non nuls est :

→ **Positif** s'il y a un nombre **pair** de facteurs négatifs.

→ **Négatif** s'il y a un nombre **impair** de facteurs négatifs.

Exemples :

$$(-7) \times (-5) \times (+2) = (+70)$$

$$(-2) \times (-3) \times (-7) = (-42)$$

B. DIVISION.**a. Définition :**

Le **quotient de a par b** (avec $b \neq 0$) est LE nombre x qui, multiplié par b donne a.

$$b \times x = a \text{ donc } x = \frac{a}{b} \text{ (ou } a : b \text{)}$$

b. Signe d'un quotient :

Le quotient de deux nombres de même signe est **positif**.

Exemple :

$$\frac{8}{10} = \frac{-8}{-10} = 0,8$$

Le quotient de deux nombres de signes différents est **négatif**.

Exemple :

$$\frac{-3}{4} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4} = -0,75$$

C. INVERSE.**a. Définition :**

L'**inverse** d'un nombre relatif x ($x \neq 0$) est le quotient de 1 par x, c'est à dire LE nombre qui, multiplié par x, donne 1. On le note $\frac{1}{x}$ ou x^{-1} .

b. Exemples :

L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$. En effet, $2 \times \frac{1}{2} = 1$.

L'inverse de 1000 est 0,001 (ou $\frac{1}{1000}$). En effet, $1000 \times 0,001 = 1$.

c. Remarques :

→ 2 est l'inverse de $\frac{1}{2}$ car $\frac{1}{2} \times 2 = 1$ et 1000 est l'inverse de 0,001.

→ Diviser un nombre non nul revient **à multiplier par son inverse**.

$$\frac{8}{4} = 8 \times \frac{1}{4} = 8 \times 0,25 = 2$$

8 « divisé par 4 »

8 « multiplié par
l'inverse de 4 »

II. NOMBRES RELATIFS EN ECRITURE FRACTIONNAIRE :**A. ADDITION ET SOUSTRACTION**

a. Si les dénominateurs sont identiques, on n'ajoute que les numérateurs :

Exemples :

$$A = \frac{2}{6} + \frac{-7}{6}$$

$$B = \frac{-9}{4} - \frac{3}{4}$$

$$A = \frac{2+(-7)}{6}$$

$$B = \frac{-9-3}{4}$$

$$A = \frac{2-7}{6}$$

$$B = \frac{-12}{4}$$

$$A = \frac{-5}{6}$$

$$B = -3 \text{ (simplification)}$$

b. Sinon, on transforme **l'une des deux fractions** pour obtenir le même dénominateur :

$$C = \frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} + \frac{7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{6+7}{10} = \frac{13}{10}$$

c. Et dans tous les autres cas, on transforme **les deux fractions** pour obtenir le même dénominateur (on cherche un **dénominateur commun**, le plus petit possible) :

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = ?$$

Le plus petit nombre multiple de 6 et de 4 à la fois est 12 ($12 = 6 \times 2$ et $12 = 4 \times 3$).

Donc :

$$D = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{10+9}{12} = \frac{19}{12}$$

B. MULTIPLICATION

Dans tous les cas, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple :

$$E = \frac{-3}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{-3 \times 10}{5 \times 7} = \frac{-30}{35} = \frac{-6}{7}$$

C. INVERSE

L'inverse d'une fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$. En effet, $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = \frac{ab}{ab} = 1$.

Exemples :

$$\text{L'inverse de } \frac{-2}{5} \text{ est } -\frac{5}{2}$$

$$\text{L'inverse de } \frac{1}{2} \text{ est } \frac{2}{1} \text{ (c'est à dire 2)}$$

D. DIVISION

Diviser par un nombre revient multiplier par son inverse.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple :

$$F = \frac{\frac{7}{-5}}{\frac{3}{-4}} = \frac{7}{-5} : \frac{3}{-4} = \frac{7}{-5} \times \frac{-4}{3} = \frac{7 \times (-4)}{(-5) \times 3} = \frac{28}{15}$$

III. PUISSANCE ENTIERE D'UN NOMBRE RELATIF :**A. PUISSANCES DE 10.****a. Définition :**

n désigne toujours un nombre **entier positif** non nul.

→ On note 10^n le produit de n facteurs tous égaux à 10 :

$$10^n = \underbrace{10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1 \underbrace{\dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000 \text{ (« 1 » puis « 5 zéros »)}$$

$$10^9 = 10 \times 10 = 1\,000\,000\,000 \text{ (« 1 » et « 9 zéros »)}$$

$$10^1 = 10$$

Attention : Par **convention** $10^0 = 1$

→ On note 10^{-n} l'inverse de 10^n :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{1 \underbrace{0\dots 0}_{n \text{ zéros}}} = 0, \underbrace{0\dots 01}_{n \text{ chiffres}}$$

Exemple :

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000} = 0,000\,01$$

$$10^{-9} = \frac{1}{10^9} = \frac{1}{1\,000\,000\,000} = 0,000\,000\,001$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

b. Utilisation de la machine :**Exemple :**

Calculer 10^{-4} :

→ Méthode 1 : $\boxed{1} \boxed{0} \boxed{y^x} \boxed{4} \boxed{+/-} \boxed{=}$ et la machine affiche 0,0001

→ Méthode 2 : $\boxed{1} \boxed{EE} \boxed{4} \boxed{+/-} \boxed{=}$ et la machine affiche 0,0001

c. Règles de calcul :

n et m sont deux nombres **entiers positifs** non nuls.

PRODUIT	INVERSE	QUOTIENT
$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$	$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$	$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$
Exemple : $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$	Exemple : $\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$	Exemple : $\frac{10^7}{10^4} = 10^{7-4} = 10^3$

d. Notation scientifique d'un nombre.

On dit qu'un nombre est **en notation scientifique** lorsqu'il est écrit sous la forme « $a \times 10^n$ » où a est inférieur à 10 et n est un entier positif ou négatif.

Exemple :

Le nombre 1 234,5 peut s'écrire :

→ $12\,345 \times 10^{-1}$

→ $1\,234,5 \times 1$

→ $123,45 \times 10^1$

→ $12,345 \times 10^2$

→ **$1,2345 \times 10^3$ NOTATION SCIENTIFIQUE de 1 234,5**

→ $0,12345 \times 10^4$

B. PUISSANCE ENTIERE D'UN NOMBRE RELATIF.**a. Définition :**

n désigne toujours un nombre **entier positif** non nul et a est un nombre relatif.

$$a^n = \underbrace{a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (\text{avec } a \neq 0)$$

CAS PARTICULIERS	$a^0 = 1$	$a^1 = a$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$1^n = 1$	$0^n = 0$
-------------------------	-----------	-----------	------------------------	-----------	-----------

Exemples :

$$\rightarrow (-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8} = 0,125$$

b. Utilisation de la machine :**Exemples :**

Calculer 4^6 :

\rightarrow $\boxed{4} \boxed{y^x} \boxed{6} \boxed{=}$ et la machine affiche 4 096.

Calculer 2^{-5} :

\rightarrow $\boxed{2} \boxed{y^x} \boxed{5} \boxed{+/-} \boxed{=}$ et la machine affiche 0,031 25.

c. Règles de calcul :

n et m sont deux nombres **entiers positifs** non nuls.

PRODUIT	INVERSE	QUOTIENT	PUISSANCE DE PUISSANCE
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$\frac{1}{a^n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$(a^m)^n = a^{m \times n}$
Exemple : $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$	Exemple : $\frac{1}{a^7} = a^{-7}$	Exemple : $\frac{a^2}{a^5} = a^{2-5} = a^{-3}$	Exemple : $(a^4)^5 = a^{4 \times 5} = a^{20}$