

<b>3° DEVOIR DE MATHÉMATIQUES n°</b>
--------------------------------------

(à rédiger sur copie double)

I – En électricité, pour calculer des valeurs de résistances, on utilise la formule  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ .

Sachant que  $R_1 = 9$  ohms et  $R_2 = 12$  ohms, déterminer la valeur exacte de  $R$ .

II – Calculer en montrant les étapes intermédiaires et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1,6 \times 10^{-10}}{4 \times 10^{-9}} \qquad B = \frac{\frac{11}{3} - 7}{\frac{25}{6}} \qquad C = \frac{3}{7} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{4}$$

III – Résoudre les équations suivantes :

a)  $7(x - 2) + 4(x + 3) = 0$

b)  $3(x - 4) = 7(2x - 1)$

c)  $2(x - 3) + 3(x - 6) - 6(x + 4) = 0$

d)  $(x + 1)(x - 2) - x^2 + 3 = 0$

IV – Un père de 45 ans a quatre enfants de 6, 8, 10 et 12 ans.

Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

V – Dans ce problème, l'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire le  $\text{cm}^2$ . La figure ci-contre est donnée à titre d'exemple pour préciser la disposition des points. Ce n'est pas une figure en vraie grandeur.

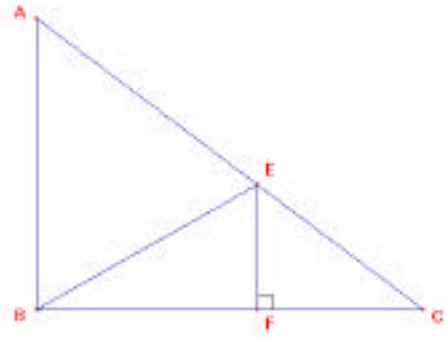
ABC est un triangle tel que :

$AC = 20$  cm ;  $BC = 16$  cm ;  $AB = 12$  cm.

F est un point du segment [BC].

La perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe [CA] en E.

On a représenté sur la figure le segment [BE].



### Partie A

- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
- Calculer l'aire du triangle ABC.
- Démontrer, en s'aidant de la question 1., que la droite (EF) est parallèle à la droite (AB).

### Partie B

On se place dans le cas où  $CF = 4$  cm.

- Démontrer que  $EF = 3$  cm.
- Calculer l'aire du triangle EBC.

### Partie C

On se place dans le cas où F est un point quelconque du segment [BC], distinct de B et de C.

Dans cette partie, on pose  $CF = x$  ( $x$  étant un nombre tel que :  $0 < x < 16$ )

- Montrer que la longueur EF, exprimée en cm, est égale à  $\frac{3}{4}x$ .
- Montrer que l'aire du triangle EBC, exprimée en  $\text{cm}^2$ , est égale à  $6x$ .
- Pour quelle valeur de  $x$  l'aire du triangle EBC, exprimée en  $\text{cm}^2$ , est-elle égale à 33 ?
- Exprimer en fonction de  $x$  l'aire du triangle EAB.  
Pour quelle valeur exacte de  $x$  l'aire du triangle EAB est-elle égale au double de l'aire du triangle EBC ?

## 3° CORRECTION DU DEVOIR DE MATHÉMATIQUES n°

I – En électricité, pour calculer des valeurs de résistances, on utilise la formule  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ .

Sachant que  $R_1 = 9$  ohms et  $R_2 = 12$  ohms, déterminer la valeur exacte de R.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{4}{36} + \frac{3}{36} = \frac{7}{36} \quad \text{donc } R = \frac{36}{7} \text{ ohms} \quad \mathbf{1 \text{ pt}}$$

II – Calculer en montrant les étapes intermédiaires et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1,6 \times 10^{-10}}{4 \times 10^{-9}} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \quad \mathbf{1 \text{ pt}}$$

$$B = \frac{\frac{11}{3} - 7}{\frac{25}{6}} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{21}{3}}{\frac{25}{6}} = \frac{-\frac{10}{3}}{\frac{25}{6}} = -\frac{10}{3} \times \frac{6}{25} = -\frac{4}{5} \quad \mathbf{1 \text{ pt}}$$

$$C = \frac{3}{7} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{4} = \frac{3}{7} - \frac{3}{2} = \frac{6}{14} - \frac{21}{14} = -\frac{15}{14} \quad \mathbf{1 \text{ pt}}$$

III – Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a) } 7(x-2) + 4(x+3) &= 0 \\ 7x - 14 + 4x + 12 &= 0 \\ 11x - 2 &= 0 \\ 11x &= 2 \\ x &= \frac{2}{11} \quad \mathbf{1 \text{ pt}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3(x-4) &= 7(2x-1) \\ 3x - 12 &= 14x - 7 \\ 3x - 14x &= -7 + 12 \\ -11x &= 5 \\ x &= -\frac{5}{11} \quad \mathbf{1 \text{ pt}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 2(x-3) + 3(x-6) - 6(x+4) &= 0 \\ 2x - 6 + 3x - 18 - 6x - 24 &= 0 \\ -x - 48 &= 0 \\ -x &= 48 \\ x &= -48 \quad \mathbf{1 \text{ pt}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (x+1)(x-2) - x^2 + 3 &= 0 \\ x^2 + x - 2x - 2 - x^2 + 3 &= 0 \\ -x + 1 &= 0 \\ x &= 1 \quad \mathbf{1 \text{ pt}} \end{aligned}$$

IV – Un père de 45 ans a quatre enfants de 6, 8, 10 et 12 ans.

Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

Soit  $x$  le nombre d'années. On a  $6 + x + 8 + x + 10 + x + 12 + x = 45 + x$   $\mathbf{1 \text{ pt}}$

$$36 + 4x = 45 + x$$

$$4x - x = 45 - 36$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Cela se passera donc dans 3 ans.

$\mathbf{1 \text{ pt}}$

V – Dans ce problème, l'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire le cm<sup>2</sup>. La figure ci-contre est donnée à titre d'exemple pour préciser la disposition des points. Ce n'est pas une figure en vraie grandeur.

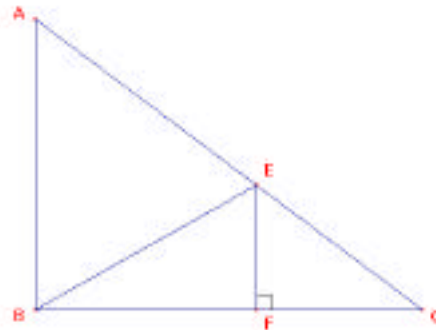
ABC est un triangle tel que :

AC = 20 cm ; BC = 16 cm ; AB = 12 cm.

F est un point du segment [BC].

La perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe [CA] en E.

On a représenté sur la figure le segment [BE].



### Partie A

- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.  
 $AC^2 = 20^2 = 400$   $BC^2 = 16^2 = 256$   $AB^2 = 12^2 = 144$   
 $144 + 256 = 400$  donc  $AB^2 + BC^2 = AC^2$  donc d'après la réciproque de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B. **1 pt**
- Calculer l'aire du triangle ABC.  
 $A_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{12 \times 16}{2} = 96 \text{ cm}^2$ . **1 pt**
- Démontrer, en s'aidant de la question 1., que la droite (EF) est parallèle à la droite (AB).  
 Comme (EF)  $\perp$  (BC) et (AB)  $\perp$  (BC) alors (EF) // (AB) car si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles. **1 pt**

### Partie B

On se place dans le cas où CF = 4 cm.

- Démontrer que EF = 3 cm.

Comme E  $\in$  [AC], F  $\in$  [BC] et (EF) // (AB) alors  $\frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB}$  **1 pt**

donc  $\frac{4}{16} = \frac{EF}{12}$   $EF = \frac{12 \times 4}{16} = 3 \text{ cm}$ . **0,5 pt**

- Calculer l'aire du triangle EBC.

$A_{EBC} = \frac{EF \times BC}{2} = \frac{3 \times 16}{2} = 24 \text{ cm}^2$ . **1 pt**

### Partie C

On se place dans le cas où F est un point quelconque du segment [BC], distinct de B et de C.

Dans cette partie, on pose CF = x (x étant un nombre tel que :  $0 < x < 16$ )

- Montrer que la longueur EF, exprimée en cm, est égale à  $\frac{3}{4}x$ .

$\frac{EF}{12} = \frac{x}{16}$  donc  $EF = \frac{12 \times x}{16}$   $EF = \frac{3}{4}x$ . **1 pt**

- Montrer que l'aire du triangle EBC, exprimée en cm<sup>2</sup>, est égale à 6x.

$A_{EBC} = \frac{EF \times BC}{2} = \frac{\frac{3}{4}x \times 16}{2} = 6x$  **1 pt**

- Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EBC, exprimée en cm<sup>2</sup>, est-elle égale à 33 ?

$6x = 33$  donc  $x = \frac{33}{6} = 5,5 \text{ cm}^2$  **0,5 pt**

- Exprimer en fonction de x l'aire du triangle EAB.

Pour quelle valeur exacte de x l'aire du triangle EAB est-elle égale au double de l'aire du triangle EBC ?

$A_{EAB} = \frac{BF \times AB}{2} = \frac{(16 - x) \times 12}{2} = (16 - x) \times 6 = 96 - 6x$  **1 pt**

$A_{EAB} = 2 A_{EBC} = 96 - 6x = 2 \times 6x$  donc  $96 - 6x = 12x$  d'où  $96 = 12x + 6x = 18x$  donc  $x = \frac{96}{18} = \frac{16}{3}$  **1 pt**