

3° DEVOIR DE MATHÉMATIQUES n°

(à rédiger sur copie double)

I – En électricité, pour calculer des valeurs de résistances, on utilise la formule $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

Sachant que $R_1 = 9$ ohms et $R_2 = 12$ ohms, déterminer la valeur exacte de R .

II – Calculer en montrant les étapes intermédiaires et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1,6 \times 10^{-10}}{4 \times 10^{-9}} \qquad B = \frac{\frac{11}{3} - 7}{\frac{25}{6}} \qquad C = \frac{3}{7} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{4}$$

III – Résoudre les équations suivantes :

a) $7(x - 2) + 4(x + 3) = 0$

b) $3(x - 4) = 7(2x - 1)$

c) $2(x - 3) + 3(x - 6) - 6(x + 4) = 0$

d) $(x + 1)(x - 2) - x^2 + 3 = 0$

IV – Un père de 45 ans a quatre enfants de 6, 8, 10 et 12 ans.

Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

V – Dans ce problème, l'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire le cm^2 . La figure ci-contre est donnée à titre d'exemple pour préciser la disposition des points. Ce n'est pas une figure en vraie grandeur.

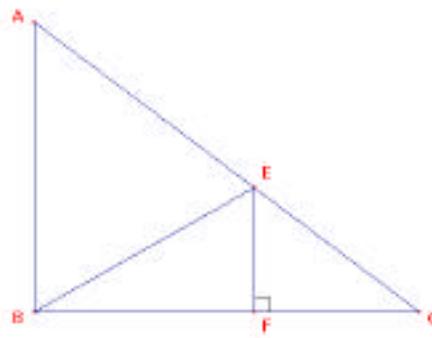
ABC est un triangle tel que :

$AC = 20$ cm ; $BC = 16$ cm ; $AB = 12$ cm.

F est un point du segment [BC].

La perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe [CA] en E.

On a représenté sur la figure le segment [BE].



Partie A

- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
- Calculer l'aire du triangle ABC.
- Démontrer, en s'aidant de la question 1., que la droite (EF) est parallèle à la droite (AB).

Partie B

On se place dans le cas où $CF = 4$ cm.

- Démontrer que $EF = 3$ cm.
- Calculer l'aire du triangle EBC.

Partie C

On se place dans le cas où F est un point quelconque du segment [BC], distinct de B et de C.

Dans cette partie, on pose $CF = x$ (x étant un nombre tel que : $0 < x < 16$)

- Montrer que la longueur EF, exprimée en cm, est égale à $\frac{3}{4}x$.
- Montrer que l'aire du triangle EBC, exprimée en cm^2 , est égale à $6x$.
- Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EBC, exprimée en cm^2 , est-elle égale à 33 ?
- Exprimer en fonction de x l'aire du triangle EAB.
Pour quelle valeur exacte de x l'aire du triangle EAB est-elle égale au double de l'aire du triangle EBC ?

3° CORRECTION DU DEVOIR DE MATHÉMATIQUES n°

I – En électricité, pour calculer des valeurs de résistances, on utilise la formule $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

Sachant que $R_1 = 9$ ohms et $R_2 = 12$ ohms, déterminer la valeur exacte de R.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{4}{36} + \frac{3}{36} = \frac{7}{36} \quad \text{donc } R = \frac{36}{7} \text{ ohms} \quad \mathbf{1 \text{ pt}}$$

II – Calculer en montrant les étapes intermédiaires et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1,6 \times 10^{-10}}{4 \times 10^{-9}} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \quad \mathbf{1 \text{ pt}}$$

$$B = \frac{\frac{11}{3} - 7}{\frac{25}{6}} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{21}{3}}{\frac{25}{6}} = \frac{-\frac{10}{3}}{\frac{25}{6}} = -\frac{10}{3} \times \frac{6}{25} = -\frac{4}{5} \quad \mathbf{1 \text{ pt}}$$

$$C = \frac{3}{7} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{4} = \frac{3}{7} - \frac{3}{2} = \frac{6}{14} - \frac{21}{14} = -\frac{15}{14} \quad \mathbf{1 \text{ pt}}$$

III – Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a) } 7(x-2) + 4(x+3) &= 0 \\ 7x - 14 + 4x + 12 &= 0 \\ 11x - 2 &= 0 \\ 11x &= 2 \\ x &= \frac{2}{11} \quad \mathbf{1 \text{ pt}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3(x-4) &= 7(2x-1) \\ 3x - 12 &= 14x - 7 \\ 3x - 14x &= -7 + 12 \\ -11x &= 5 \\ x &= -\frac{5}{11} \quad \mathbf{1 \text{ pt}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 2(x-3) + 3(x-6) - 6(x+4) &= 0 \\ 2x - 6 + 3x - 18 - 6x - 24 &= 0 \\ -x - 48 &= 0 \\ -x &= 48 \\ x &= -48 \quad \mathbf{1 \text{ pt}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (x+1)(x-2) - x^2 + 3 &= 0 \\ x^2 + x - 2x - 2 - x^2 + 3 &= 0 \\ -x + 1 &= 0 \\ x &= 1 \quad \mathbf{1 \text{ pt}} \end{aligned}$$

IV – Un père de 45 ans a quatre enfants de 6, 8, 10 et 12 ans.

Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

Soit x le nombre d'années. On a $6 + x + 8 + x + 10 + x + 12 + x = 45 + x$ $\mathbf{1 \text{ pt}}$

$$36 + 4x = 45 + x$$

$$4x - x = 45 - 36$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Cela se passera donc dans 3 ans.

$\mathbf{1 \text{ pt}}$

V – Dans ce problème, l'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire le cm². La figure ci-contre est donnée à titre d'exemple pour préciser la disposition des points. Ce n'est pas une figure en vraie grandeur.

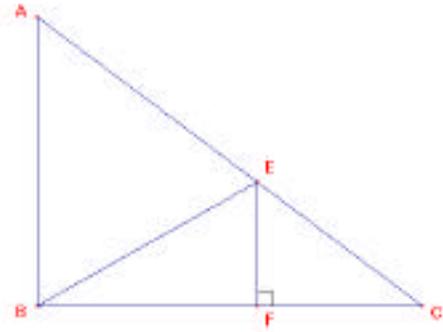
ABC est un triangle tel que :

AC = 20 cm ; BC = 16 cm ; AB = 12 cm.

F est un point du segment [BC].

La perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe [CA] en E.

On a représenté sur la figure le segment [BE].



Partie A

- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
 $AC^2 = 20^2 = 400$ $BC^2 = 16^2 = 256$ $AB^2 = 12^2 = 144$
 $144 + 256 = 400$ donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$ donc d'après la réciproque de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B. **1 pt**
- Calculer l'aire du triangle ABC.
 $A_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{12 \times 16}{2} = 96 \text{ cm}^2$. **1 pt**
- Démontrer, en s'aidant de la question 1., que la droite (EF) est parallèle à la droite (AB).
 Comme (EF) \perp (BC) et (AB) \perp (BC) alors (EF) // (AB) car si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles. **1 pt**

Partie B

On se place dans le cas où CF = 4 cm.

- Démontrer que EF = 3 cm.

Comme E \in [AC], F \in [BC] et (EF) // (AB) alors $\frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB}$ **1 pt**

donc $\frac{4}{16} = \frac{EF}{12}$ $EF = \frac{12 \times 4}{16} = 3 \text{ cm}$. **0,5 pt**

- Calculer l'aire du triangle EBC.

$A_{EBC} = \frac{EF \times BC}{2} = \frac{3 \times 16}{2} = 24 \text{ cm}^2$. **1 pt**

Partie C

On se place dans le cas où F est un point quelconque du segment [BC], distinct de B et de C.

Dans cette partie, on pose CF = x (x étant un nombre tel que : $0 < x < 16$)

- Montrer que la longueur EF, exprimée en cm, est égale à $\frac{3}{4}x$.

$\frac{EF}{12} = \frac{x}{16}$ donc $EF = \frac{12 \times x}{16}$ $EF = \frac{3}{4}x$. **1 pt**

- Montrer que l'aire du triangle EBC, exprimée en cm², est égale à 6x.

$A_{EBC} = \frac{EF \times BC}{2} = \frac{\frac{3}{4}x \times 16}{2} = 6x$ **1 pt**

- Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EBC, exprimée en cm², est-elle égale à 33 ?

$6x = 33$ donc $x = \frac{33}{6} = 5,5 \text{ cm}^2$ **0,5 pt**

- Exprimer en fonction de x l'aire du triangle EAB.

Pour quelle valeur exacte de x l'aire du triangle EAB est-elle égale au double de l'aire du triangle EBC ?

$A_{EAB} = \frac{BF \times AB}{2} = \frac{(16 - x) \times 12}{2} = (16 - x) \times 6 = 96 - 6x$ **1 pt**

$A_{EAB} = 2 A_{EBC} = 96 - 6x = 2 \times 6x$ donc $96 - 6x = 12x$ d'où $96 = 12x + 6x = 18x$ donc $x = \frac{96}{18} = \frac{16}{3}$ **1 pt**