

Exercice _____ : (Lyon 96)

Calculer et mettre le résultat sous la forme de fraction irréductible en précisant les calculs intermédiaires.

$$A = 3 - 3 : \frac{9}{2} ; B = \frac{10^{-8} \times 0,7 \times 10^{12}}{21 \times 10^3}.$$

Correction :

$$\begin{aligned} A &= 3 - 3 : \frac{9}{2} \\ &= 3 - 3 \times \frac{2}{9} \\ &= 3 - \frac{3 \times 2}{3 \times 3} \\ &= 3 - \frac{2}{3} \\ &= \frac{3 \times 3}{1 \times 3} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{9 - 2}{3} \\ &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{10^{-8} \times 0,7 \times 10^{12}}{21 \times 10^3} \\ &= \frac{0,7}{21} \times \frac{10^{-8} \times 10^{12}}{10^3} \\ &= \frac{7 \times 10^{-1}}{7 \times 3} \times 10^{-8+12-3} \\ &= \frac{1}{3} \times 10^{-1} \times 10^1 \\ &= \frac{1}{3} \times 10^{-1+1} \\ &= \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Exercice _____ : (Rennes 96)

Donner la valeur exacte la plus simple possible en indiquant le détail des calculs :

1) $\frac{34}{5} : \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{8} \right)$;

2) $\frac{24 \times 10^2 \times 3,5 \times 10^5}{8 \times 10^{-1} \times 21 \times 10^4}$.

Correction :

$$\begin{aligned}
\frac{34}{5} : \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{8} \right) &= \frac{34}{5} : \left(\frac{4 \times 8}{5 \times 8} - \frac{3 \times 5}{8 \times 5} \right) \\
&= \frac{34}{5} : \left(\frac{32 - 15}{40} \right) \\
&= \frac{34}{5} : \frac{17}{40} \\
&= \frac{34}{5} \times \frac{40}{17} \\
&= \frac{2 \times 17 \times 8 \times 5}{3 \times 5 \times 17} \\
&= \frac{16}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{24 \times 10^2 \times 3,5 \times 10^5}{8 \times 10^{-1} \times 21 \times 10^4} &= \frac{24 \times 3,5}{8 \times 21} \times \frac{10^2 \times 10^5}{10^{-1} \times 10^4} \\
&= \frac{3 \times 8 \times 7 \times 0,5}{8 \times 3 \times 7} \times \frac{10^{2+5}}{10^{-1+4}} \\
&= 0,5 \times 10^{7-3} = 0,5 \times 10^4 = 5000
\end{aligned}$$

Exercice _____ : (caen 98)

Ecrire chacun des nombres suivants sous la forme d'une fraction la plus simple possible :

$$A = \left(\frac{3}{5} \right)^2 - \frac{2}{5} \quad B = \frac{3}{7} + \frac{6}{7} \times \frac{1}{3} \quad C = \frac{4 \times 10^{12} \times 1,5}{9 \times 10^{11}}$$

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= \left(\frac{3}{5} \right)^2 - \frac{2}{5} \\
&= \frac{3^2}{5^2} - \frac{2}{5} \\
&= \frac{9}{25} - \frac{2}{5} \\
&= \frac{9}{25} - \frac{2 \times 5}{5 \times 5} \\
&= \frac{9}{25} - \frac{10}{25} \\
&= -\frac{1}{25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{3}{7} + \frac{6}{7} \times \frac{1}{3} \\
&= \frac{3}{7} + \frac{3 \times 2}{7 \times 3} \\
&= \frac{3}{7} + \frac{2}{7} \\
&= \frac{5}{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= \frac{4 \times 10^{12} \times 1,5}{9 \times 10^{11}} \\
&= \frac{4 \times 1,5}{9} \times \frac{10^{12}}{10^{11}} \\
&= \frac{6}{9} \times 10^{12-11} \\
&= \frac{2}{3} \times 10^1 \\
&= \frac{20}{3}
\end{aligned}$$

Exercice : (Nantes 99)

Prouver, par des calculs, que A et B sont deux écritures du même nombre 0,2 lorsqu'on a :

$$A = \frac{11}{7} - \frac{2}{5} \times \frac{24}{7} \quad \text{et} \quad B = \frac{3 \times 10^5 \times 6 \times 10^3}{2 \times 10^7 \times 4,5 \times 10^2}$$

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{11}{7} - \frac{2}{5} \times \frac{24}{7} \\
&= \frac{11}{7} - \frac{48}{35} \\
&= \frac{11 \times 5}{7 \times 5} - \frac{48}{35} \\
&= \frac{55 - 48}{35} \\
&= \frac{7}{35} \\
&= \frac{7 \times 1}{7 \times 5} = \frac{1}{5} = 0,2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{3 \times 10^5 \times 6 \times 10^3}{2 \times 10^7 \times 4,5 \times 10^2} \\
&= \frac{3 \times 6}{2 \times 4,5} \times \frac{10^5 \times 10^3}{10^7 \times 10^2} \\
&= \frac{18}{9} \times \frac{10^{5+3}}{10^{7+2}} \\
&= 2 \times 10^{8-9} \\
&= 2 \times 10^{-1} = 0,2
\end{aligned}$$

Exercice _____ : (Rouen 98)

Calculer la valeur exacte de A et B en détaillant les calculs sur la copie :

$$A = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} : \frac{4}{25} \quad B = \frac{5 \times 10^{-4}}{15 \times 10^5} \times 10^{10}$$

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{3}{5} - \frac{2}{5} : \frac{4}{25} \\
&= \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{25}{4} \\
&= \frac{3}{5} - \frac{2 \times 5 \times 5}{5 \times 2 \times 2} \\
&= \frac{3}{5} - \frac{5}{2} \\
&= \frac{3 \times 2}{5 \times 2} - \frac{5 \times 5}{2 \times 5} \\
&= \frac{6 - 25}{10} \\
&= -\frac{19}{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{5 \times 10^{-4}}{15 \times 10^5} \times 10^{10} \\
&= \frac{5}{15} \times \frac{10^{-4} \times 10^{10}}{10^5} \\
&= \frac{1}{3} \times 10^{-4+10-5} \\
&= \frac{1}{3} \times 10^1 \\
&= \frac{10}{3}
\end{aligned}$$

Exercice _____ : (Amérique novembre 95)

On pose :

$$M = -\frac{5}{7} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{9}{5} \right) \text{ et } P = \frac{1,5 \times 10^{-5} \times (2 \times 10^3)^2}{0,14 \times 10^2}$$

Écrire les nombres M et P sous la forme d'une fraction irréductible.

Correction :

$$\begin{aligned} M &= -\frac{5}{7} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{9}{5} \right) \\ &= -\frac{5}{7} \times \left(\frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{9 \times 4}{5 \times 4} \right) \\ &= -\frac{5}{7} \times \left(\frac{15 - 36}{20} \right) \\ &= -\frac{5}{7} \times \left(-\frac{21}{20} \right) \\ &= \frac{5 \times 3 \times 7}{7 \times 5 \times 4} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1,5 \times 10^{-5} \times (2 \times 10^3)^2}{0,14 \times 10^2} \\ &= \frac{1,5 \times 10^{-5} \times 2^2 \times (10^3)^2}{14} \\ &= \frac{1,5 \times 4}{14} \times 10^{-5} \times 10^{3 \times 2} \\ &= \frac{6}{14} \times 10^{-5+6} \\ &= \frac{3}{7} \times 10^1 \\ &= \frac{30}{7} \end{aligned}$$

Exercice _____ : (Dijon 96)

Calculer et mettre le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$A = \frac{3}{14} + \frac{5}{21} ; B = \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{9}{34} ; C = \frac{2^3}{2} : \frac{2^4}{2}$$

Correction :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{3}{14} + \frac{5}{21} \\
 &= \frac{3 \times 3}{14 \times 3} + \frac{5 \times 2}{21 \times 2} \\
 &= \frac{9}{42} + \frac{10}{42} \\
 &= \frac{19}{42}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{9}{34} \\
 &= \frac{2}{3} - \frac{7 \times 3 \times 3}{3 \times 34} \\
 &= \frac{2}{3} - \frac{21}{34} \\
 &= \frac{2 \times 34}{3 \times 34} - \frac{21 \times 3}{34 \times 3} \\
 &= \frac{68 - 63}{102} \\
 &= \frac{5}{102}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{2^3}{3^2} : \frac{2^4}{3} \\
 &= \frac{2^3}{3^2} \times \frac{3^1}{2^4} \\
 &= \frac{3^1}{3^2} \times \frac{2^3}{2^4} \\
 &= 3^{1-2} \times 2^{3-4} \\
 &= 3^{-1} \times 2^{-1} \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}
C &= \frac{2^3}{3^2} : \frac{2^4}{3} \\
&= \frac{8}{9} : \frac{16}{3} \\
&= \frac{8}{9} \times \frac{3}{16} \\
&= \frac{8 \times 3}{3 \times 3 \times 8 \times 2} \\
&= \frac{1}{6}
\end{aligned}$$

Exercice _____ : (Antilles 99)

Effectuer et donner le résultat sous la forme la plus simple possible, en écrivant les étapes du calcul.

$$A = \frac{5}{7} - \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} \quad B = \frac{14}{9} : \frac{7}{6} \quad C = \frac{5 \times 10^{16} \times 2^{12}}{2^{11} \times 10^{18}}$$

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{5}{7} - \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} \\
&= \frac{5}{7} - \frac{3 \times 3}{2 \times 3} \\
&= \frac{5}{7} - \frac{3}{2} \\
&= \frac{5 \times 2}{7 \times 2} - \frac{3 \times 7}{2 \times 7} \\
&= \frac{10 - 21}{14} \\
&= -\frac{11}{14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{14}{9} : \frac{7}{6} \\
&= \frac{14}{9} \times \frac{6}{7} \\
&= \frac{2 \times 7 \times 2 \times 3}{3 \times 3 \times 7} \\
&= \frac{4}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= \frac{5 \times 10^{16} \times 2^{12}}{2^{11} \times 10^{18}} \\
&= 5 \times \frac{10^{16}}{10^{18}} \times \frac{2^{12}}{2^{11}} \\
&= 5 \times 10^{16-18} \times 2^{12-11} \\
&= 5 \times 10^{-2} \times 2 \\
&= 10 \times 10^{-2} \\
&= 10^{1-2} \\
&= 10^{-1}
\end{aligned}$$

Exercice : (Rennes 99)

Le 7 novembre 1998, au retour du second voyage historique de John Glenn dans l'espace, la navette spatiale Discovery avait parcouru 5,8 millions de kilomètres.

Cette mission ayant duré 8 jours et 22 heures, calculer la vitesse moyenne en km/h de la navette.

On donnera le résultat en écriture décimale arrondie au km/h, puis en écriture scientifique.

Correction :

$$V = \frac{d}{t}$$

or $d=5,8 \times 10^6$ km et $t=8 \times 24 + 22=214$ h

$$V = \frac{d}{t} = \frac{5,8 \times 10^6}{214} \approx 27103 \approx 2,7103 \times 10^4 \text{ km/h}$$