Activité 1 : Exemples de problèmes conduisant à une équation du premier degré à deux inconnues.

Un mélomane désire enregistrer 12h de musique avec de cassettes C60 et C90. Combien de cassettes de chaque sorte va-t-il enregistrer ?

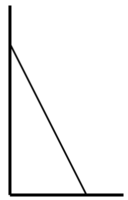
Choix des inconnues :

Soit x le nombre de K7 de **1,5** h.
Soit y le nombre de K7 de 1 h.

Mise en équation : **1,5x + y = 12**. (1)

- Donner un couple solution : **(6,3)**.
- Quelles sont les solutions de cette équation ?

Il y en a plusieurs. (Pas une infinité). Cf dessin



Au nombre donné x correspond un nombre y de K7 C60 :

$y = -1,5x + 12$ (D_1)

Les points de D_1 de coordonnées **entières, positives** représentent les solutions de (1). Il y en a 5.

Le mélomane veut avoir 10 cassettes au total.
Peut-on calculer le nombre de cassettes de chaque sorte ?

Choix des inconnues : **2 possibilités**.

Comme précédemment, ou en ramenant à un problème du premier degré à une inconnue.

Mise en équation : **x + y = 10**. (2)

On obtient 2 équations simultanées : $\begin{cases} 1,5x + y = 12 \\ x + y = 10 \end{cases}$

Résolution du système :

Résoudre le système c'est trouver **toutes** les solutions **communes** aux deux équations.

Le couple (6,3) est solution de (1) mais pas de (2).
Le couple (2,8) est solution de (2) mais pas de (1).
Le couple (4,6) est solution **à la fois** de (1) et de (2).

Réponse au problème :

Le mélomane doit enregistrer 4 K7 de 1h30 et 6 de 1h.

Activité 2 : Résolution d'un système, les différentes méthodes.

MÉTHODE GRAPHIQUE

$\begin{cases} 1,5x + y = 12 \\ x + y = 10 \end{cases}$ peut s'écrire aussi $\begin{cases} 1,5x + y = 12 \\ y = -x + 10 \end{cases}$

y = -x+10 est une équation de droite (D2) que l'on trace avec (D1).
Les coordonnées du **point d'intersection** de (D1) et (D2) sont solutions du système. En effet, ses coordonnées vérifient chacune des équations.

Par **lecture graphique**, le couple (4,6) est solution.

MÉTHODE PAR COMBINAISON

$$\begin{cases} 1,5x + y = 12 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

i) On multiplie une (ou les 2 égalités) par un nombre convenablement choisi, de telle sorte que l'une des inconnues disparaisse, en ajoutant les égalités membre à membre. Ici, on multiplie (2) par -1.
Cela donne :

$\begin{cases} 1,5x + y = 12 \\ -x - y = -10 \end{cases}$ on a donc en ajoutant (1) et (2) :

0,5x = 2 soit x = 4.
ii) On détermine l'autre inconnue en reportant la valeur trouvée précédemment. Cela donne :
4+y = 10 soit y = 6
iii) On vérifie que le couple (4,6) est solution du système.

MÉTHODE PAR SUBSTITUTION

Un vieux problème : Diophante (III° s. Av. JC)
« Partager un nombre donné en 2 parties ayant une différence donnée. Etant donné 100 le nombre et 40 la différence. »

Choix de l'inconnue : Soient x l'une des partie et y l'autre partie.

Mise en équation : $\begin{cases} x + y = 100 \\ x - y = 40 \end{cases}$

i) On exprime une des 2 inconnues en fonction de l'autre dans l'une des équations : y = 100 - x
ii) On reporte cette valeur dans l'autre égalité. On obtient ainsi une équation où ne figure qu'une seule inconnue et l'on détermine cette inconnue :
x - (100 - x) = 40 soit x = 70.
iii) On détermine l'autre inconnue en reportant la valeur trouvée précédemment dans l'équation modifiée en i).
y = 100 - 70 soit y = 30.
iv) On vérifie que le couple (70,30) est solution du système.