CONTENUS	COMPETENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
Equations et inéquations du premier degré Résolutions de problèmes du premier degré ou s'y ramenant Systèmes de deux équations à deux inconnues	Résoudre une équation mise sous la forme A.B=0, où Aet B désignent deux expressions du premier degré de la même variable. Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation, une inéquation ou un système de deux équations. Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique.	L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable, elle,est hors programme. Les problèmes sont issus des différebtes parties du programme. Comme en classe de quatrième, on dégagera à chaque fois les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat. Pour l'interprétation graphique, on utilisera la représentation des fonctions affines.
Racine carrée d'un nombre positif	Déterminer, sur des exemples numériques, les nombres x tels que x²=a, où a désigne un nombre positif .	

I. RESOLUTION D'EQUATIONS :

a. Rappels :

➔ Une égalité dans laquelle figure un nombre inconnu, noté par une lettre, s'appelle une **équation**.
Résoudre l'équation, c'est trouver **tous** les nombres qui rendent cette égalité vraie lorsqu'ils sont mis à la place de l'inconnue.

On utilise les deux propriétés suivantes pour résoudre une équation :

- **Si a = b alors a + c = b + c**
- **Si a = b alors a × c = b × c (si c ≠ 0)**

Exemples :

1) On se donne l'égalité 2x + 5 = 9,
Si x = 1 alors 2×1 + 5 = 7 et 7 ≠ 9 donc 1 n'est pas solution.
Si x = 2 alors 2×2 + 5 = 9 donc 2 est solution.

2) Pour résoudre l'équation 3x + 5 = -2 :

$$3x + 5 \mathbf{- 5} = -2 \mathbf{- 5} \quad \text{(On ajoute –5 aux deux membres de l'égalité.)}$$

$$3x = -7 \quad \text{(On réduit.)}$$

$$3x \times \mathbf{\frac{1}{3}} = -7 \times \mathbf{\frac{1}{3}} \quad \left(\text{On multiplie par } \frac{1}{3} \text{ les deux membres.}\right)$$

$$x = -\frac{7}{3} \quad \text{(On réduit.)}$$

$-\frac{7}{3}$ est l'unique solution de cette équation (On conclue.)

b. Equation-produit nul :

Propriété :

- **Si un produit de facteurs est nul, alors l'un des facteurs est nul.**
- **Si l'un des facteurs d'un produit est nul, alors le produit est nul.**

On peut résumé cette propriété par :

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

➔ Une **équation produit nul** de facteurs du premier degré (ou plus simplement une équation produit nul) est une équation dont le premier membre est un produit de facteurs du premier degré et dont le second membre est 0.

Grâce aux propriétés énoncées ci-dessus, résoudre une équation produit nul revient à résoudre des équations du premier degré.

Exemples:

$(2x + 3)(5 - x) = 0$

$2x + 3 = 0$ **ou** $5 - x = 0$

$x = -\frac{3}{2}$ **ou** $x = 5$

donc l'équation a deux solutions : -1,5 et 5.

$-2x(x + 4) = 0$

$-2x = 0$ **ou** $x + 4 = 0$

$x = 0$ **ou** $x = -4$

donc l'équation a deux solutions : -4 et 0.

c. Equations du type $x^2 = a$ où a est un nombre positif :

Propriété :

a étant un nombre positif donné, l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions :

- **$\sqrt{a}$, la racine carrée de a,**
- **et $-\sqrt{a}$, l'opposé de la racine carrée de a.**

Remarques :

1) 0 est l'unique solution de l'équation $x^2 = 0$.

2) a étant un nombre strictement négatif donné, l'équation $x^2 = a$ n'admet aucune solution (le carré d'aucun nombre n'est négatif).

Exemples :

1) L'équation $x^2 = 9$ a pour solutions $\sqrt{9} = 3$ et $-\sqrt{9} = -3$ (on a bien $3^2=9$ et $(-3)^2=9$).

2) L'équation $x^2 = 5$ a pour solutions $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.

3) L'équation $t^2 = \frac{3}{4}$ a pour solutions $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $-\sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

4) L'équation $x^2 = -1$ n'admet pas de solution.

II. SYSTEMES DE DEUX EQUATIONS A DEUX INCONNUES :

➔ Un **système** est composé de deux équations qui contiennent chacune les deux même inconnues.
On écrit ces deux équations l'une sous l'autre en les associant à l'aide d'une accolade.

Exemple : $\begin{cases} 3x + y = 45 \\ 6x + 5y = 126 \end{cases}$

➔ **Résoudre le système,** c'est trouver toutes les solutions communes aux deux équations, c'est à dire trouver tous les couples (x ;y) pour lesquels les deux égalités sont vraies simultanément.
Le principe de résolution consiste à éliminer une inconnue pour se « ramener » à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue que l'on sait résoudre.

a. Par substitution :

On exprime une des deux inconnues en fonction de l'autre dans une des deux équations, et l'on reporte (ou substitue) le résultat obtenu dans la deuxième équation.

Exemple : Résoudre le système $\begin{cases} 3x + y = 45 \\ 6x + 5y = 126 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 45 - 3x \\ 6x + 5y = 126 \end{cases}$	On exprime *y* en fonction de *x* dans la première équation
$\begin{cases} y = 45 - 3x \\ 6x + 5(45 - 3x) = 126 \end{cases}$	On reporte le résultat dans la deuxième équation
$\begin{cases} y = 45 - 3x \\ 6x + 225 - 15x = 126 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 45 - 3x \\ x = 11 \end{cases}$	On développe, réduit et résout la deuxième équation

$$\begin{cases} y = 45 - 3\times 11 \\ x = 11 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 12 \\ x = 11 \end{cases}$$

On reporte la valeur de x trouvée dans la première équation

On termine par une phrase : La solution du système est le couple (11 ;12).

Important : Il faut ensuite vérifier en reportant dans les deux équations les valeurs trouvées.

$$\begin{cases} 3\times 11 + 12 = 45 \\ 6\times 11 + 5\times 12 = 126 \end{cases}$$

ici, les deux égalités sont bien vérifiée avec le couple (11 ; 12)

b. Par combinaison :

Dans cette méthode, il faut multiplier une ou les deux équations par un nombre relatif bien choisi de façon à ce que l'une des deux équations disparaisse par addition membre à membre.

Exemple : Résoudre le système $\begin{cases} 3x + y = 45 \\ 6x + 5y = 126 \end{cases}$

$$\begin{cases} 6x + 2y = 90 \\ 6x + 5y = 126 \end{cases}$$

$\times 2$ la première équation pour avoir le même coefficient de x dans les deux.

$$\begin{cases} 6x + 2y = 90 \\ 6x - 6x + 5y - 2y = 126 - 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 2y = 90 \\ 3y = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 2y = 90 \\ y = 12 \end{cases}$$

on additionne les deux équations pour éliminer les x, puis on résout l'équation du premier degré à une inconnue obtenue.

On termine ensuite comme dans la méthode précédente.