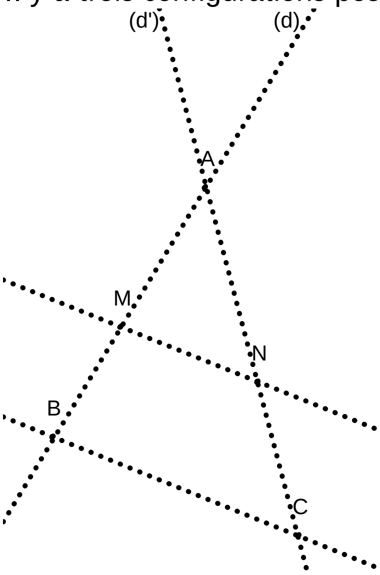
I. PROPRIETE DE THALES :

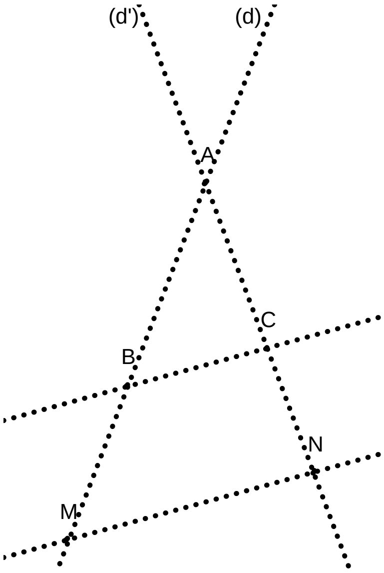
Propriété :

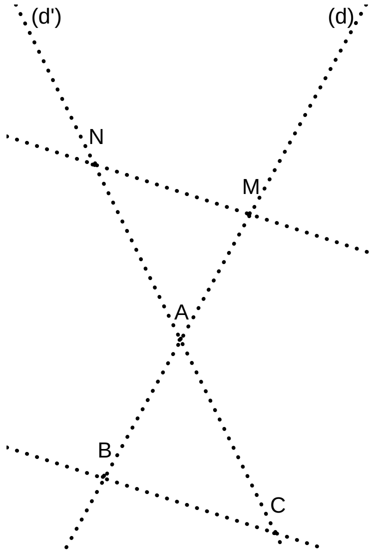
Etant données deux droites *d* et *d'* sécantes en A,
deux points B et M de *d*, distincts de A,
deux points C et N de *d'*, distincts de A,

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

Il y a trois configurations possibles :







- **M∈ [AB] et N∈ [AC]**
- **M∈ [AB) et M∉ [AB]**
  N∈ [AC) et N∉ [AC]
- **M∈ [BA) et M∉ [AB]**
  N∈ [AC) et N∉ [AC]

Autrement dit :

Dans les conditions de la propriété de Thalès, le tableau suivant est un **tableau de proportionnalité** :

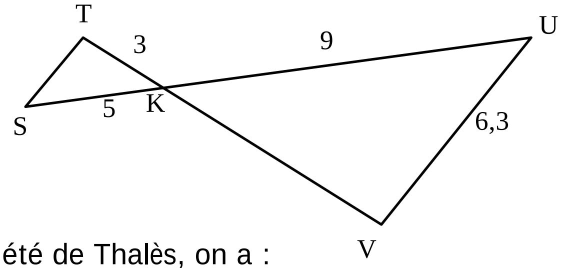
	Côtés portés par la droite *d*	Côtés portés par la droite *d'*	Côtés portés par les parallèles
Côtés de AMN	AM	AN	MN
Côtés de ABC	AB	AC	BC

Remarque :

1) La propriété de Thalès permet de calculer une longueur quand on en connaît trois autres.
2) La propriété de Thalès permet de démontrer que des droites ne sont pas parallèles : des les condition de la propriété de Thalès , si $\dfrac{AM}{AB} \neq \dfrac{AN}{AC}$ alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

Exemple :

On considère la figure suivante avec (ST)//(UV).
Calculer KV et ST.



→ Les droites (TV) et (SU) sont sécantes en K.

Puisque les droites (ST) et (UV) sont parallèles, d'après la propriété de Thalès, on a :

$\dfrac{KT}{KV} = \dfrac{KS}{KU} = \dfrac{ST}{UV}$ d'où, en remplaçant avec les données de la figure : $\dfrac{3}{KV} = \dfrac{5}{9} = \dfrac{ST}{6{,}3}$

En utilisant le produit en croix, on arrive à : KV= $\dfrac{3\times 9}{5} = 5{,}4$ et ST= $\dfrac{5\times 6{,}3}{9} = 3{,}5$

II. RECIPROQUE DE LA PROPRIETE DE THALES :

Propriété :

Etant données deux droites *d* et *d'* sécantes en A,
deux points B et M de *d*, distincts de A,
deux points C et N de *d'*, distincts de A,
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M sont dans le même ordre que les points A, C, N,
Alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Remarque :

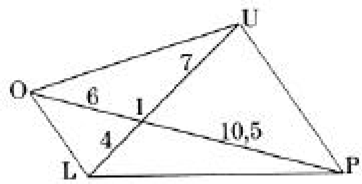
1) La réciproque de la propriété de Thalès permet de démontrer que des droites sont parallèles.
Dans les conditions la réciproque de la propriété de Thalès, le rapport $\frac{MN}{BC}$ est égal aux deux autres.

2) Pour appliquer la réciproque de la propriété de Thalès, il y a deux conditions importantes :

- La première : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$;
- La seconde : « les points A, B, M sont dans **le même ordre** que les points A, C, N ».

Exemple :

Avec les données de la figure suivante,
démontrer que (OL) est parallèle à (UP)



→ Les droites (OP) et (UL) sont sécantes en I.
- Les points O, I, P et L, I, P sont alignés dans le même ordre .
- D'autre part, on a : $\frac{IP}{IO} = \frac{10,5}{6} = 1,75$ et $\frac{IU}{IL} = \frac{7}{4} = 1,75$

Puisque les deux rapports sont égaux, on peut appliquer la réciproque de la propriété de Thalès, et on déduit que (OL) est parallèle à (UP).