

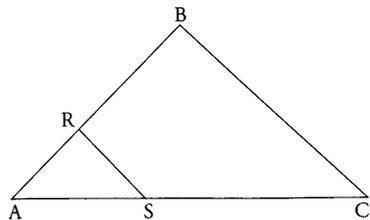
Exercice 1 : (Inde 99)

Écrire les expressions suivantes sous la forme de fractions :

$$A = \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{2}{5}} \quad B = \frac{3^2 \times (5 \times 7)^2}{2 \times 21 \times 15}$$

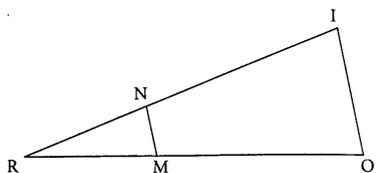
Exercice 2 : (Grenoble sept 97)

- Développer puis réduire $(x - 4)^2 - (x - 2)(x - 8)$.
- En déduire un mode de calcul rapide de l'expression : $9996^2 - 9998 \times 9992$, puis la calculer.

Exercice 3 : (Clermont 97)

L'unité de longueur est le centimètre.
On donne un triangle ABC. Le point R appartient au segment [AB], le point S au segment [AC] et on a :
 $AB = 20$; $BC = 21$; $RB = 12$; $AS = 11,6$; $AC = 29$.

- Montrer que les droites (RS) et (BC) sont parallèles.
- Les droites (RS) et (AB) sont-elles perpendiculaires ? Justifier la réponse.

Exercice 4 : (Amérique novembre 95)

ROI est un triangle tel que :
 $RO = 8$ cm $RI = 7$ cm $OI = 3$ cm
Soit M un point de [RO]. On trace par M la parallèle à (OI) qui coupe (RI) en N.

- On pose $RM = x$ avec $0 \leq x \leq 8$.
 - Exprimer les longueurs RN et MN en fonction de x
 - Montrer que le périmètre p_1 du triangle RMN est égal à $\frac{9}{4}x$
 - Montrer que le Périmètre P_2 du trapèze MOIN est égal à $18 - \frac{3}{2}x$
- Déterminer x pour que les deux périmètres soient égaux.

Exercice 1 : (Inde 99)

Écrire les expressions suivantes sous la forme de fractions :

$$A = \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{2}{5}} \quad B = \frac{3^2 \times (5 \times 7)^2}{2 \times 21 \times 15}$$

$$A = \frac{\frac{12}{20} - \frac{5}{20}}{\frac{5}{5} + \frac{2}{5}}$$

$$B = \frac{35}{2}$$

$$A = \frac{\frac{7}{20}}{\frac{7}{5}}$$

$$A = \frac{7}{20} \div \frac{7}{5}$$

$$A = \frac{7}{20} \times \frac{5}{7}$$

$$A = \frac{7 \times 5}{5 \times 4 \times 7}$$

$$A = \frac{1}{4}$$

Exercice 2 : (Grenoble sept 97)

- Développer puis réduire $(x - 4)^2 - (x - 2)(x - 8)$.

$$(x - 4)^2 - (x - 2)(x - 8) = x^2 - 8x + 16 - (x^2 - 8x - 2x + 16)$$

$$= x^2 - 8x + 16 - x^2 + 8x + 2x - 16$$

$$= 2x$$

- En déduire un mode de calcul rapide de l'expression : $9996^2 - 9998 \times 9992$, puis la calculer.

Pour $x=1000$

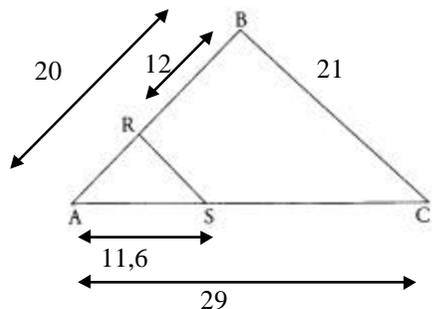
$$\text{on a } (x - 4)^2 - (x - 2)(x - 8) = (1000 - 4)^2 - (1000 - 2)(1000 - 8)$$

$$= 9996^2 - 9998 \times 9992$$

$$\text{donc d'après 1) } 9996^2 - 9998 \times 9992 = 2 \times 1000$$

$$9996^2 - 9998 \times 9992 = 2000$$

Exercice 3 : (Clermont 97)



L'unité de longueur est le centimètre.
 On donne un triangle ABC. Le point R appartient au segment [AB], le point S au segment [AC] et on a :
 $AB = 20$; $BC = 21$; $RB = 12$; $AS = 11,6$; $AC = 29$.

1) Dans les triangles ARS et ABC on a

$$R \in (AB)$$

$$S \in (AC)$$

A,R,B et A,S,C sont dans le même ordre

$$\frac{AR}{AB} = \frac{20 - 12}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\frac{AS}{AC} = \frac{11,6}{29} = 0,4$$

$$\text{Donc } \frac{AR}{AB} = \frac{AS}{AC}$$

Alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès les droites (RS) et (BC) sont parallèles.

2) Dans le triangle ABC

$$AC^2 = 29^2 = 841$$

$$AB^2 + BC^2 = 20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841$$

$$\text{d'où } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B. d'où (BC) et (AB) sont perpendiculaires.

Je sais que : (BC) // (RS)

$$(BC) \perp (AB)$$

Or si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc (RS) \perp (AB)

a) Dans les triangles RMN et RIO on a

$$N \in (RI) \quad M \in (RO) \quad (MN) // (IO)$$

Alors d'après la propriété de Thalès on a

$$\frac{RM}{RO} = \frac{RN}{RI} = \frac{MN}{IO}$$

$$\frac{x}{8} = \frac{RN}{7} = \frac{MN}{3}$$

$$8 \times RN = 7 \times x \quad 8 \times MN = 3 \times x$$

$$RN = \frac{7x}{8} \quad MN = \frac{3x}{8}$$

b) Montrer que le périmètre p_1 du triangle RMN est égal à $\frac{9}{4}x$

$$p_1 = RM + MN + RN$$

$$p_1 = x + \frac{3x}{8} + \frac{7x}{8}$$

$$p_1 = \frac{8x}{8} + \frac{3x}{8} + \frac{7x}{8}$$

$$p_1 = \frac{18x}{8}$$

$$p_1 = \frac{9x}{4}$$

c) Montrer que le Périmètre P_2 du trapèze MOIN est égal à $18 - \frac{3}{2}x$

$$p_2 = MO + OI + IN + MN$$

$$p_2 = (8 - x) + 3 + (7 - \frac{7x}{8}) + \frac{3x}{8}$$

$$p_2 = 8 - x + 3 + 7 - \frac{7x}{8} + \frac{3x}{8}$$

$$p_2 = 8 - \frac{8x}{8} + 3 + 7 - \frac{7x}{8} + \frac{3x}{8}$$

$$p_2 = 18 - \frac{12x}{8}$$

$$p_2 = 18 - \frac{3x}{2}$$

2. Déterminer x pour que les deux périmètres soient égaux.

$$p_1 = p_2$$

$$\frac{9x}{4} = 18 - \frac{3x}{2}$$

$$\frac{9x}{4} + \frac{3x}{2} = 18$$

$$\frac{9x}{4} + \frac{6x}{4} = 18$$

$$\frac{15x}{4} = 18$$

$$15x = 18 \times 4$$

$$x = \frac{72}{15}$$

$$x = 4,8$$

Les deux périmètres p_1 et p_2 sont égaux si x est égal à 4,8