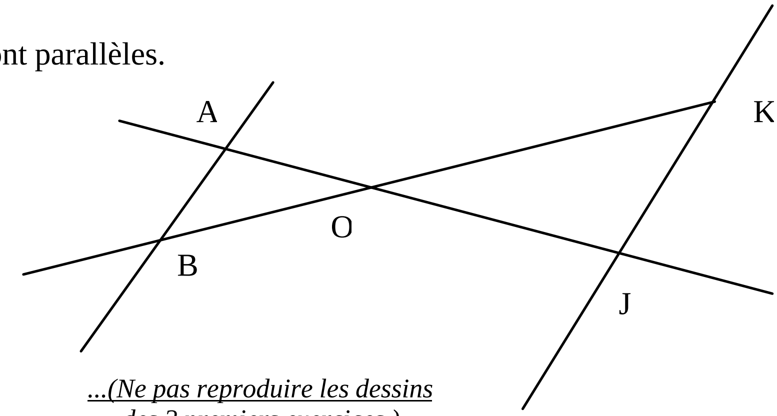
DEVOIR DE MATHEMATIQUES 5

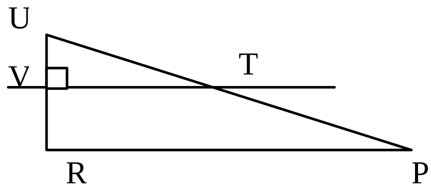
1°) En utilisant le Théorème de Thalès calculer les mesures manquantes

Les droites (AB) et (KJ) sont parallèles.

OA= 5cm
AB= 9cm
OB= ?
OJ= 18cm
OK= 25cm ;
KJ= ?

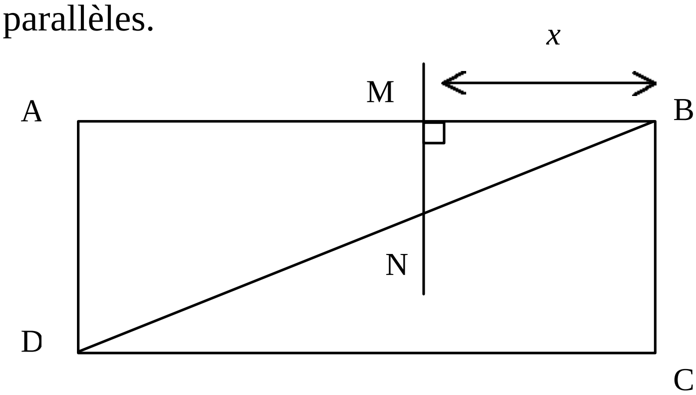


...(Ne pas reproduire les dessins des 2 premiers exercices.)



2°) UVT est un triangle rectangle en V.
UR= 5cm ; RP = 12cm ; UP =13cm.
1)Prouver RUP est un triangle rectangle.
2)En déduire que RUP et TUV sont deux triangles en situation de Thalès.
3)Sachant que UV = 2cm, calculer UT et TV.

3°)ABC est un triangle tel que AB = 9cm; BC = 7cm; AC = 12cm.
Sur le segment [AB] on place F tel que AF = 7,5cm. Sur le segment [AC] on place G tel que AG =10cm.
a)Faire le dessin en vraie grandeur.
b)Prouver que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.
c)Calculer FG.



4°)...(Ne pas reproduire le dessin.)
ABCD est un rectangle, les droites tel que AB= 24 cm et BD = 26cm.

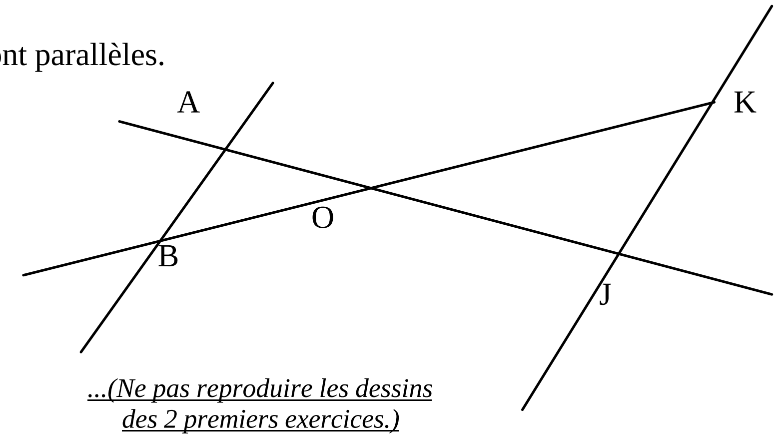
1)Calculer AD.
2) On pose BM = x
calculer MN et BN en fonction de x.
3)Où faudrait-il placer le point M pour que le périmètre du triangle BMN soit égal à 30 cm?
4)Où faudrait-il placer le point M pour que l'aire du triangle BMN soit égale à 15cm² ?

Correction devoir5

1°) En utilisant le Théorème de Thalès calculer les mesures manquantes

Les droites (AB) et (KJ) sont parallèles.

OA= 5cm
AB= 9cm
OB= ?
OJ= 18cm
OK= 25cm ;
KJ= ?



...(Ne pas reproduire les dessins des 2 premiers exercices.)

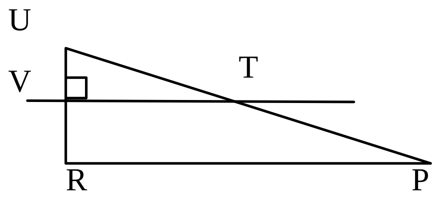
Dans les triangles OAB et OKJ on a J∈(OA) K∈(OB) (AB) // (JK)
Alors d'après la propriété de Thalès on a

$$\frac{OA}{OJ} = \frac{OB}{OK} = \frac{AB}{KJ}$$

$$\frac{5}{9-5} = \frac{OB}{25} = \frac{9}{KJ}$$

$4 \times OB = 5 \times 25$ $\quad$ $5 \times KJ = 4 \times 9$

$OB = \frac{125}{4}$ $\quad$ $KJ = \frac{36}{5}$



2°) UVT est un triangle rectangle en V.
UR= 5cm ; RP = 12cm ; UP =13cm.
1)Dans le triangle RUP, la seule hypoténuse possible est [UP].
$UP^2=13^2=169$
$UR^2+RP^2=5^2+12^2=25+144=169$
D'où $UP^2=UR^2+RP^2$
Alors d'après la propriété de Pythagore le triangle RUP est rectangle en R.

2)Je sais que (UV)⊥(VT)
(UV)⊥(RP)
Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont perpendiculaires entres elles.
Donc (VT) // (RP)

Dans les triangle RUP et TUV on a V∈(UR) T∈(UP) et (VT) // (RP)
Donc RUP et TUV sont deux triangles en situation de Thalès.

3)
Alors d'après la propriété de Thalès on

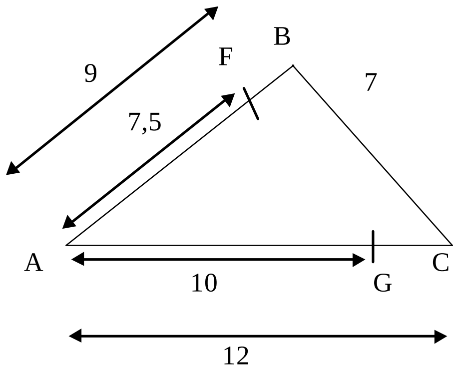
$$\frac{UV}{UR} = \frac{UT}{UP} = \frac{VT}{RP}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{UT}{13} = \frac{VT}{12}$$

$5 \times UT = 2 \times 13$ $\quad$ $5 \times VT = 2 \times 12$

$UT = \frac{26}{5}$ $\quad$ $VT = \frac{24}{5}$

3°)ABC est un triangle tel que AB = 9cm; BC = 7cm; AC = 12cm.
Sur le segment [AB] on place F tel que AF = 7,5cm. Sur le segment [AC] on place G tel que AG =10cm.
a)Faire le dessin en vraie grandeur.
b)Prouver que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.
c)Calculer FG.



b)Dans les triangles AFG et ABC on a
F$\in$(AB) G$\in$(AC) et A,F,B et A,G,C dans le même ordre.

$$\frac{AF}{AB} = \frac{7{,}5}{9} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{AG}{AC} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$d'où\ \frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC}$$

Alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

a)Dans les triangles AFG et ABC on a
F$\in$(AB) G$\in$(AC) (FG) // (BC)
Alors d'après la propriété de Thalès on a

$$\frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC} = \frac{FG}{BC}$$

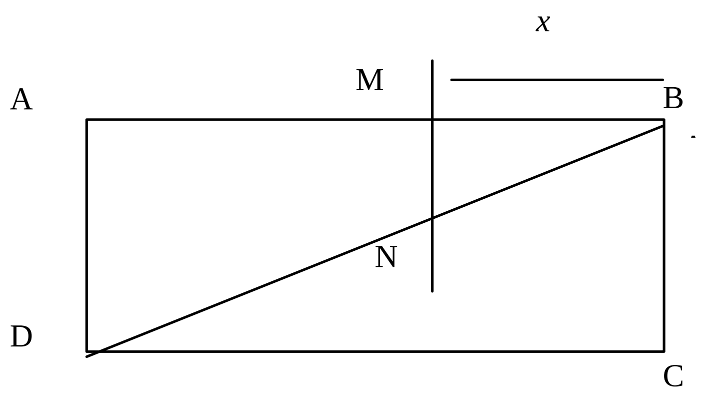
$$\frac{5}{6} = \frac{FG}{7}$$

$$6 \times FG = 5 \times 7$$

$$FG = \frac{35}{6}$$

La longueur FG est de 35/6 cm.

4°)...(Ne pas reproduire le dessin.)
ABCD est un rectangle
tel que AB= 24 cm et BD = 26cm.



1)ABCD est un rectangle
Or dans un rectangle, les 4 angles sont droits.
Donc DAB=90°

Dans le triangle ADC rectangle en A, d'après la propriété de Pythagore.
BD²=BA²+DA²
26²=24²+AD²
676=576+AD²
AD²=676-576
AD²=100
AD=10
Le segment [AD] mesure 5 cm.

2) On pose BM = *x*
calculer MN et BN en fonction de *x*.
Dans les triangles BMN et BAD ona
$M \in (AB)$ $N \in (BD)$ et (MN) // (AD)
Alors d'après la propriété de Thalès on a

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BD} = \frac{MN}{AD}$$

$$\frac{x}{24} = \frac{BN}{26} = \frac{MN}{10}$$

$$24 \times BN = 26 \times x \qquad 24 \times MN = 10 \times x$$

$$BN = \frac{26x}{24} \qquad MN = \frac{10x}{24}$$

$$BN = \frac{13x}{12} \qquad MN = \frac{5x}{12}$$

3)Où faudrait-il placer le point M pour que le périmètre du triangle BMN soit égal à 30 cm?
BN+MN+BM=30

$$\frac{13x}{12}+\frac{5x}{12}+x=30$$

$$\frac{13x}{12}+\frac{5x}{12}+\frac{12x}{12}=30$$

$$\frac{30x}{12}=30$$

$$x=12$$

L'équation a une solution : 12

Le triangle BMN a pour périmètre 30cm si M est a 12cm de B.

4)Où faudrait-il placer le point M pour que l'aire du triangle BMN soit égale à 15cm² ?

Aire du triangle BMN rectangle en M

$$Aire=\frac{BM\times MN}{2}=\frac{x\times\frac{5x}{12}}{2}=\frac{5x^2}{12}\times\frac{1}{2}=\frac{5x^2}{24}$$

$$\frac{5x^2}{24}=15$$

$$5x^2=15\times 24$$

$$x^2=\frac{360}{5}$$

$$x^2=72$$

$$x=\sqrt{72}\ ou\ x=-\sqrt{72}$$

$$x=\sqrt{36\times 2}\ \ ou\ \ x=-\sqrt{36\times 2}$$

$$x=6\sqrt{2}\ \ ou\ \ x=-6\sqrt{2}$$

$$L'équation\,a\,deux\,solutuions\,6\sqrt{2}\ \ et-6\sqrt{2}$$

$$La\ \ réponse\,au\,problème\,est\ 6\sqrt{2}$$