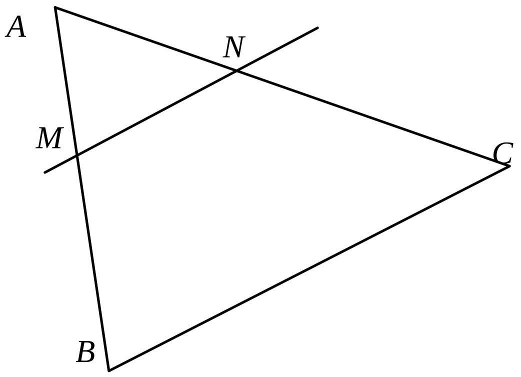
D'AUTRES RAPPORTS EGAUX

<u>Propriété de Thalès :</u>
Si, dans un triangle, une droite est parallèle à un côté, alors elle fait apparaître un deuxième triangle dont les côtés ont des longueurs proportionnelles aux longueurs des côtés du triangle initial.



Si (MN) // (BC) alors : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

Dans la propriété de Thalès, on compare les longueurs des côtés correspondants des deux triangles. Les rapports dans les égalités de la propriété de Thalès peuvent bien sûr être inversés.

Mais cette propriété peut mener à d'autres égalités de rapports. En voici trois exemples :

<u>Première égalité :</u>

$\frac{MB}{AB} = \frac{AB - AM}{AB} = \frac{AB}{AB} - \frac{AM}{AB} = \mathbf{1 - \frac{AM}{AB}}$. *Et* $\frac{NC}{AC} = \frac{AC - AN}{AC} = \frac{AC}{AC} - \frac{AN}{AC} = \mathbf{1 - \frac{AN}{AC}}$

Par la propriété de Thalès, les rapports $\frac{AM}{AB}$ *et* $\frac{AN}{AC}$ *sont égaux. Donc* $\mathbf{\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}}$

Il faut noter que cette égalité ne fait intervenir que des longueurs situées sur deux des supports de côtés des triangles. ***<u>Le troisième côté n'intervient pas dans cette égalité</u>***.

<u>Deuxième égalité :</u>

De la propriété de Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ *, et des égalités démontrées ci-dessus (en les inversant) :* $\frac{AB}{MB} = \frac{AC}{NC}$*. Si on multiplie deux à deux ces rapports , on obtient :* $\frac{AM}{AB} \times \frac{AB}{MB} = \frac{AN}{AC} \times \frac{AC}{NC}$ *, ce qui donne après simplification :* $\mathbf{\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}}$

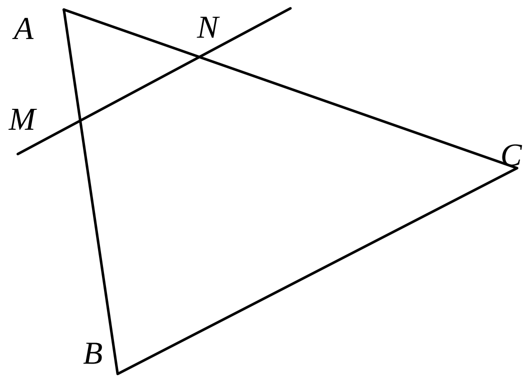
Il faut noter, ici aussi, que ***<u>le troisième côté n'intervient pas dans cette égalité</u>***.

<u>Troisième égalité :</u>

En partant de l'égalité de la propriété de Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ *et en utilisant les règles de transformation des proportions, on obtient :* $\mathbf{\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC}}$

Il faut noter, ici, que ces rapports permettent de comparer les longueurs des côtés d'un même triangle. Encore une fois, ***<u>le troisième côté n'intervient pas dans cette égalité</u>***.

Exemple :



Si (MN) // (BC).
Si AM = 3   AB = 9   AN = 4 et MN = 6

Alors il y a plusieurs proportions évaluables :

$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN} = 3$ *ou bien* $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3}$

$\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC} = \frac{2}{3}$ *ou bien* $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{NC} = \frac{3}{2}$

$\frac{MB}{AM} = \frac{NC}{AN} = 2$ *ou bien* $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2}$

$\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ *ou bien* $\frac{AN}{AM} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}$

Exercice :

Exprimer dans chaque cas le maximum de proportions pour des situations comparables à celle de l'exemple (pour la position et les noms des points).

1. *Si AM = 2 et MB = 3*
2. *Si MN = 5 et BC = 7*
3. *Si AM = 5, AN = 8 et AC = 10.*
4. *Si NC = 4, MB = 5 et AB = 9.*